



## بررسی اثر گذر زمان در انجام واکنش‌های شیمیایی بر خصوصیات رئولوژی مخلوط آب و رس (بتونیت)

نوید نعیمی<sup>۱</sup>، محمدرضا چمنی<sup>۲</sup>، محسن ثقفیان<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده‌ی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان

۲- دانشیار، دانشکده‌ی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان

۳- استادیار، دانشکده‌ی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

1-N.Naimi@cv.iut.ac.ir

2-mchamani@cc.iut.ac.ir

3-saghafian@cc.iut.ac.ir

### خلاصه

یکی از مسایل و مشکلاتی که در زمینه‌ی احداث سدهای خاکی، حفاری‌ها، راه‌سازی و... به چشم می‌خورد، کنترل نشت و تراوش آب است. در سدسازی به‌خصوص در سدهای خاکی به منظور کنترل تراوش آب از اتصال پی سد با بدنه و همچنین تراوش آب از بدنه‌ی سد از یک دیوار آب‌بند استفاده می‌شود. این دیوار آب‌بند به صورت بتن پلاستیک و پانل‌های مجزا اجرا می‌شود که در طرح اختلاط آن بتونیت در نظر گرفته می‌شود. در حفاری شمع‌های درجا به منظور پایدار سازی جداره از بتونیت (گل حفاری) نیز استفاده می‌شود. حضور بتونیت سبب می‌شود حفره‌های موجود پر شده و از فرار بتن در هنگام بتن‌ریزی جلوگیری شود. از دیگر مزایای بتونیت می‌توان به خنک نگه‌داشتن مت‌ی حفاری و عمل روان‌سازی حرکت مت‌ه اشاره کرد. رفتار بتونیت از لحاظ خواص رئولوژی (تنش تسلیم و نرخ کرنش) همانند بتن به صورت سیال غیرنیوتنی بیان می‌شود. همچنین با گذشت زمان، خصوصیات رئولوژی سیال به علت انجام واکنش‌های شیمیایی تغییر می‌کند. برای بررسی این رفتار سیال، از دستگاه ویسکومتر استفاده شده است. در این مقاله سعی بر آن بوده است که اثر گذر زمان در انجام واکنش‌های شیمیایی و در درصد مشارکت متفاوت ذرات جامد خاک بتونیت بر رفتار رئولوژی سیال بررسی شود. نتایج حاصل شده نشان دهنده‌ی این مطلب بوده است که، گذر زمان اثرات محسوسی بر رفتار سیال دارد.

کلمات کلیدی: حفاری، گل بتونیت، سیال غیرنیوتنی، هیدراتاسیون.

### ۱. مقدمه

علم رئولوژی به بررسی وضعیت تغییر شکل در دو حالت پلاستیک در مکانیک جامدات و سیالات غیرنیوتنی در مکانیک سیالات می‌پردازد. مشخصه‌ی اصلی سیالات غیر نیوتنی اینست که در یک دمای مشخص، رابطه‌ی مابین تنش و نرخ کرنش اعمالی غیرخطی است. شیب منحنی در هر نقطه از نمودار نرخ کرنش - تنش برشی، لزجت ظاهری<sup>۱</sup> را نشان می‌دهد. سیالات غیرنیوتنی علاوه بر تغییر لزجت ظاهری دارای تنش تسلیم نیز هستند، بدین صورت که با افزایش تنش اعمالی به تنش تسلیم، سیال شروع به حرکت می‌کند. تاکنون مدل‌های زیادی برای سیال غیرنیوتنی پیشنهاد شده است که هر کدام برای یک نوعی از سیال معتبر است، جدول (۱). در جدول (۱)،  $\tau$  تنش برشی،  $\dot{\gamma}$  تنش برشی تسلیم،  $k$  شاخص سازگاری،  $\mu_{sp}$  لزجت ظاهری،  $\gamma$  نرخ کرنش و  $m$  ضریبی است که بیان‌کننده‌ی رفتار سیال است.

بتونیت که اغلب گل حفاری نیز نامیده می‌شود، از سه بخش اساسی مایع‌گونه، جامد فعال (فاز جامد مستعد واکنش) و جامد غیرفعال (مانند ماسه) تشکیل شده است. بخش فعال گل بتونیت عمدتاً شامل گونه‌های از خاک رس است. رس‌ها معمولاً ذراتی با اندازه‌ی کوچک‌تر از

<sup>1</sup> Apparent viscosity

## جدول ۱- مقایسه مدل های پیشنهادی رفتار سیال غیر نیوتنی

مدل رفتاری	رابطه‌ی به کار برده شده
Bingham	$\tau = \tau_0 + \mu_{ap}\gamma$
Herschel-Bulkley	$\tau = \tau_0 + k\gamma^m$
Casson	$\sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_0} + \sqrt{\mu_{ap}\gamma}$

۰/۰۰۲ میلی‌متر است. سه نوع کانی مهم رس وجود دارد که عبارتند از کائولینیت<sup>۱</sup>، ایلیت<sup>۲</sup>، مونت موریلونیت<sup>۳</sup> (مونت مریونیت نیز خوانده می‌شود). رفتار فیزیکی مخلوط آب - خاک رس (گل بنتونیت) به درصد مشارکت ذرات جامد خاک رس، یون‌های موجود در مخلوط و PH مخلوط بستگی دارد [۳].

کوماتینا و جووانویچ<sup>۴</sup> (۱۹۹۷) به بررسی آزمایشگاهی رفتار مخلوط آب-خاک رس پرداختند. در این آزمایش‌ها، خاک رس از کانی کائولینیت تشکیل شده است. نتایج نشان می‌دهد که اگر درصد ذرات جامد رس بیشتر از ۱۰ درصد حجمی مخلوط باشد، رفتار مخلوط از سیال نیوتنی به رفتار سیال غیر نیوتنی (مدل بینگهام) تغییر پیدا می‌کند [۴].

کلسیدیس و همکاران<sup>۵</sup> (۲۰۰۷) به بررسی اثربخشی پودر ذغال سنگ بر کنترل رفتار رئولوژی گل حفاری در دماهای بسیار بالا پرداختند. در این مطالعه ۲۶ نمونه با درصد وزنی ۶/۲۴ ساخته شده است و به هر کدام از نمونه‌ها مواد افزودنی از ۰/۳ الی ۵ درصد وزنی مخلوط اضافه شده است. با افزایش درجه‌ی حرارت تنش تسلیم در همه‌ی نمونه‌ها افزایش می‌یابد و لزجت سیال تغییر چندانی پیدا نمی‌کند. علاوه بر این، با افزایش درصد مواد افزودنی به نمونه‌ها تنش تسلیم کاهش چشم‌گیری داشته است. در حفاری‌های بسیار عمیق، به دلیل آن‌که درجه‌ی حرارت تا دمای ۵۰۰ درجه‌ی سانتی‌گراد افزایش می‌یابد، افزودن پودر ذغال سنگ می‌تواند اثربخشی مناسبی در رفتار رئولوژی گل حفاری داشته باشد [۵].

باتوجه به مطالعات پیشین و کاربردهای مختلف بنتونیت، درصد بنتونیت در آب در زمینه‌ی حفاری حدود ۳ الی ۱۰ درصد وزنی است [۶]، [۷]. در تحقیق حاضر به مطالعه‌ی اثر گذر زمان در انجام واکنش‌های شیمیایی بر عملکرد رفتار رئولوژی گل حفاری بدون اضافه کردن مواد افزودنی پرداخته شده است. درصد بنتونیت در نمونه‌های انتخابی آزمایشگاهی ۵، ۷ و ۱۰ درصد انتخاب شده است. این نمونه‌ها در ۳ زمان مختلف پس از مخلوط شدن، مورد آزمایش برای استخراج رفتار رئولوژی (تنش تسلیم، ویسکوزیته و بهترین مدل رفتاری) قرار گرفته است.

## ۲. مطالعات آزمایشگاهی

مطابق با آیین‌نامه‌ی API-13A<sup>۱</sup>، نمونه‌های انتخابی برای کارهای اجرایی می‌بایست ۲۴ ساعت از زمان ساخت آن‌ها گذشته شده باشد تا واکنش‌های شیمیایی به‌طور کامل انجام شود. در کارهای اجرایی مرسوم به دلیل کمبود زمان و امکانات، اغلباً این زمان ۲۴ ساعت تأمین نمی‌شود. به همین دلیل می‌بایست خواص رئولوژی (تنش تسلیم و ویسکوزیته) گل حفاری در زمان‌هایی کمتر از ۲۴ ساعت بررسی شود. در آزمایش‌ها از زمان‌های ۶، ۱۲ و ۲۴ ساعت استفاده شده است.

به دلیل خاصیت سریع جذب آب توسط بنتونیت، ترکیب آب و بنتونیت باید بلافاصله پس از اضافه شدن بنتونیت به آب با میکسر با دور بالا مخلوط شود. نمونه‌های ساخته شده در دستگاه ویسکومتر (HAKKE RV12) مورد مطالعه قرار می‌گیرد. این دستگاه ساخت کشور امریکا است و دارای یک سیستم اصلی ثبت داده‌ها و ۱۰ حس‌گر برای سنجش مختلف سیالات به‌صورت استوانه‌های هم‌مرکز<sup>۷</sup> و ۳ حس‌گر به

<sup>1</sup> Kaolinite

<sup>2</sup> Illite

<sup>3</sup> Montmorillonit

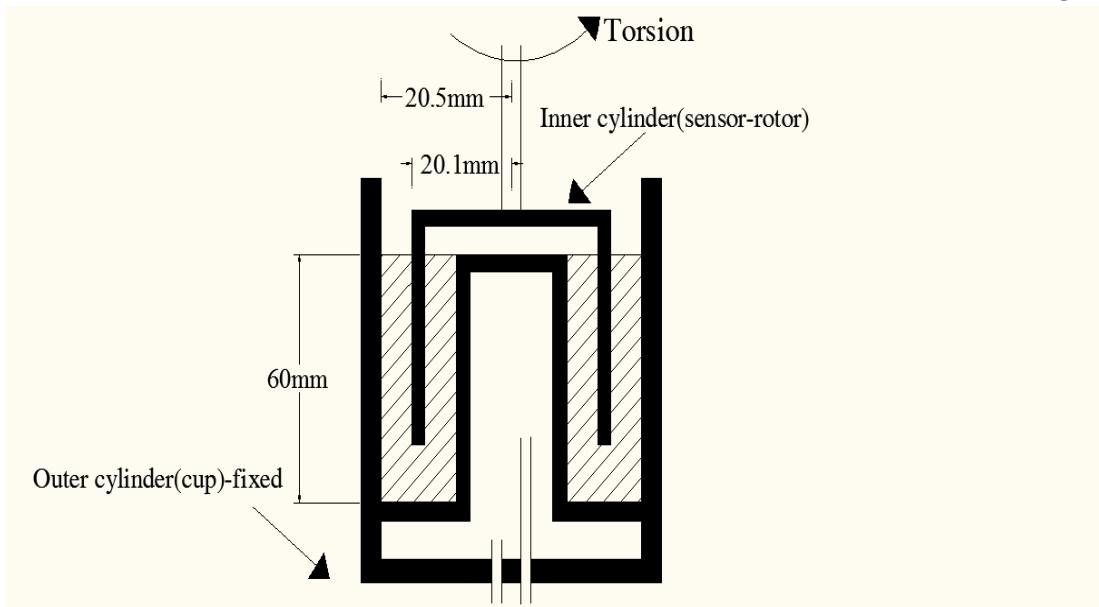
<sup>4</sup> D.Komatina and M.Jovanovic

<sup>5</sup> V.C. Kelessidis and et. al

<sup>6</sup> American petroleum institute

<sup>7</sup> Coaxial cylinder

صورت مخروط و صفحه‌ای<sup>۱</sup> است. حداکثر میزان چرخش دستگاه برابر ۵۱۲ دور بر دقیقه است [۷]. پس از قرارگیری سیال در ظرف ثابت<sup>۲</sup> (استوانه‌ی خارجی)، حس‌گر<sup>۳</sup> (استوانه داخلی) در داخل این ظرف قرار می‌گیرد و این حس‌گر به دستگاه گرداننده متصل است. با توجه به دامنه‌ی تغییرات تنش تسلیم و لزجت سیالات مختلف، نوع حس‌گرها و ظرف‌های ثابت آن‌ها می‌تواند تغییر کند. با توجه به مطالعات پیشین و این که دامنه‌ی تغییرات لزجت بنتونیت حدود ۰/۰۰۱۵ تا ۰/۰۰۷۰ پاسکال ثانیه است، حس‌گر مدل NV انتخاب شده است. در شکل (۱) تصویری از مقطع حس‌گر متحرک و ظرف ثابت آن نشان داده شده است.



شکل ۱- مقطع حس‌گر متحرک و ظرف ثابت NV

### ۳. صحت‌سنجی دستگاه

به‌منظور اطمینان از نتایج دستگاه و عملکرد آن می‌بایست در مرحله‌ی اول، یک یا دو نمونه‌ی سیال که مشخصات فیزیکی (تنش تسلیم و لزجت در دماهای مختلف) آن‌ها با دستگاه‌های دیگر سنجیده شده است و مورد استناد می‌باشد، انتخاب شده است. از حس‌گر NV برای سنجش لزجت کم همانند روغن‌های صنعتی، محلول‌های رقیق شده استفاده شده است. این حس‌گر توانایی سنجش محدوده‌ی لزجت سیالاتی از ۰/۰۰۲ تا ۵۵۰ پاسکال ثانیه را دارا می‌باشد. برای صحت‌سنجی دستگاه، ۲ مدل روغن با مشخصات درج شده در جدول (۲) استفاده شده است.

جدول ۲- مقایسه‌ی مشخصات فیزیکی روغن در دماهای مختلف

روغن B	روغن A	مشخصات فیزیکی روغن در دماهای مختلف
898	902	چگالی در دمای ۳۰ درجه سانتی‌گراد ( $\text{kg/m}^3$ )
0.350	0.230	ویسکوزیته در دمای ۳۰ درجه سانتی‌گراد (Pa.s)
0.150	0.100	ویسکوزیته در دمای ۴۰ درجه سانتی‌گراد (Pa.s)
0.016	0.011	ویسکوزیته در دمای ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد (Pa.s)

حجم تقریبی سیال برای استفاده در دستگاه حدود ۹ سانتی‌متر مکعب است. این مقدار سیال می‌بایست به‌طور یکنواخت در داخل ظرف ثابت قرار داده شود. به دلیل این که فاصله‌ی مابین دیواره‌های ظرف ثابت کم است، این امکان وجود دارد که سیال به‌طور یکنواخت پخش نشود و مقادیری که دستگاه ارایه می‌کند، با نوساناتی همراه باشد. در شکل (۲) دستگاه اصلی ثبت داده‌های ورودی (انتخاب تعداد چرخش بر حسب دور بر دقیقه، افزایش حساسیت دستگاه و...) و

<sup>1</sup> Cone and plate

<sup>2</sup> Outer cylinder(cup)-fixed

<sup>3</sup> Inner cylinder(sensor-rotor)

خروجی (که ضریبی از تنش های برشی ثبت شده در چرخش های مختلف است و به صورت دیجیتال ارایه شده است)، به نمایش در آمده است. با انتخاب  $n$  های مختلف که همان تعداد دور بر دقیقه است، عددی به عنوان تنش برشی (نه خود تنش برشی اصلی) نمایش داده شده است که در این مقاله با حرف  $S$  نمایش داده شده است. این دو سری داده ( $n$  و  $S$ ) می بایست متناسب با نوع سیستم حس گر انتخابی و عدد پیشنهادی کارخانه سازنده در دو عدد مختلف ضرب شود تا نمودار تنش-نرخ کرنش سیال بر حسب پاسکال و یک بر ثانیه حاصل شود. این داده ها به صورت نقطه ای و منفصل حاصل شده است.



شکل ۲- دستگاه ثبت داده های ورودی و خروجی

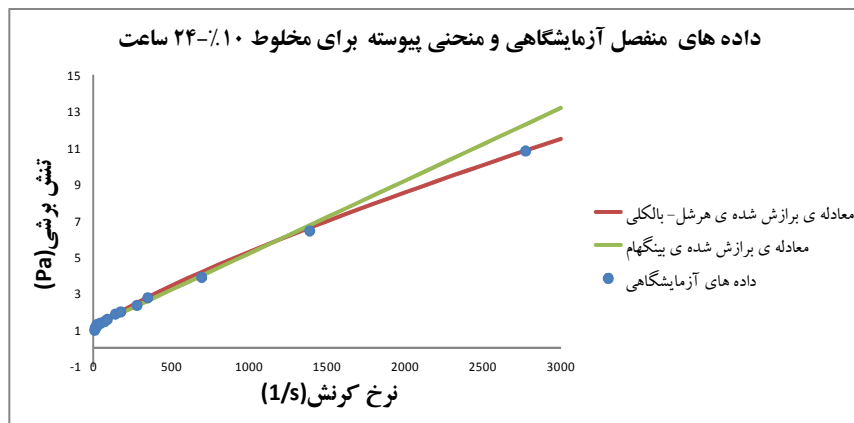
باید توجه داشت که در بعضی از نمونه های به کار رفته در چرخش های بالا، دستگاه با پیغام خطا همراه است. این بدان مفهوم است که این سیستم حس گر (حس گر و ظرف ثابت آن) توانایی محاسبه ی تنش برشی موجود در نرخ کرنش مورد نظر را دارا نمی باشد. نتایج حاصل از صحت سنجی آزمایش در جدول (۳) ارایه شده است. با توجه به دمای محیط آزمایشگاه و خطاهای اندازه گیری دستگاه، مقادیر به دست آمده و عملکرد دستگاه قابل قبول است.

جدول ۳- مقایسه ی نتایج صحت سنجی و میزان خطای دستگاه

نوع روغن	لزجت در دمای ۳۰ درجه (Pa.s)	لزجت استخراج شده از دستگاه (Pa.s)	خطا (%)
روغن A	0.230	0.248	7
روغن B	0.350	0.358	2

#### ۴. نتایج آزمایشگاهی

ابتدا نقاط منفصل برداشت شده از ویسکومتر (تنش های موجود در نرخ کرنش های متناظر) در دستگاه مختصات ثبت می شود. سپس، متناسب با معادله ی منحنی مطلوب، فرآیند برازش داده ها انجام شده است. فرآیند برازش داده ها بدین مفهوم است که از بین داده های موجود (داده های منفصل) بهترین منحنی که در برگیرنده ی همه ی نقاط است، رسم شده است. در شکل (۳) نقاط منفصل و معادله ی به دست آمده برای مدل هرشل-بالکلی و بینگهام مخلوط ۱۰ درصد (۲۴ ساعت) نشان داده شده است.



شکل ۳- داده‌های آزمایشگاهی و منحنی‌های برازش داده شده برای مخلوط ۱۰ درصد-۲۴ ساعت

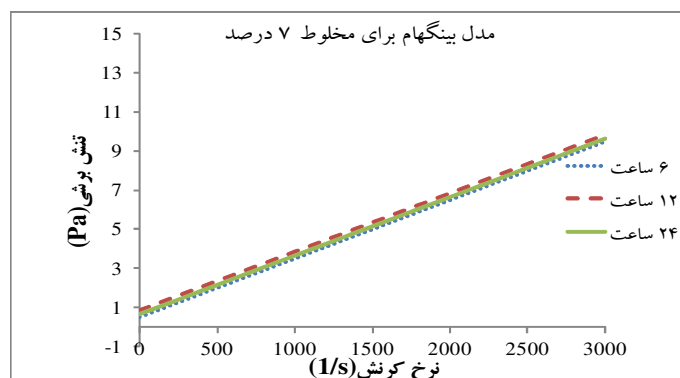
شکل‌های (۴) و (۵) نیز تغییرات تنش- کرنش را برای مخلوط بتونیت ۱۰ و ۷ درصد نشان می‌دهد. مقادیر لزجت به دست آمده از داده‌های موجود در قالب ۲ مدل اصلی بینگهام و هرشل- بالکلی برازش داده شده است. از نرم‌افزار آماری SPSS Statistics برای برازش داده‌ها استفاده شده است. پس از برازش داده‌ها می‌بایست دقت این کار آماری بررسی شود. به همین منظور، از پارامترهای آماری زیر استفاده شده است [۳، ۸]:

$$SSE = \sum_{i=0}^N (\tau_{m_i} - \tau_{e_i})^2 \quad \text{جمع مربعات خطا}^1 \quad (1)$$

$$RMSE = \sum_{i=0}^N \sqrt{\frac{SSE}{N-P}} \quad \text{مجذور میانگین مربعات خطا}^2 \quad (2)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=0}^N (\tau_{m_i} - \tau_{e_i})^2}{\sum_{i=0}^N (\tau_{m_i} - \bar{\tau}_{m_i})^2} \quad \text{ضریب همبستگی خطی}^3 \quad (3)$$

که در آن  $\tau_{m_i}$  مقدار تنش آزمایشگاهی،  $\bar{\tau}_{m_i}$  مقدار متوسط داده‌های آزمایشگاهی،  $\tau_{e_i}$  مقدار تنش حاصل از معادلات برازش،  $N$  تعداد داده‌های آزمایشگاهی و  $P$  مقدار ضرایب ثابت در مدل سیال غیرنیوتنی است که برای مدل بینگهام برابر ۲ و در مدل هرشل- بالکلی برابر ۳ است. در جدول (۴) مقادیر محاسبه شده‌ی ضرایب مدل‌ها بیان شده است.

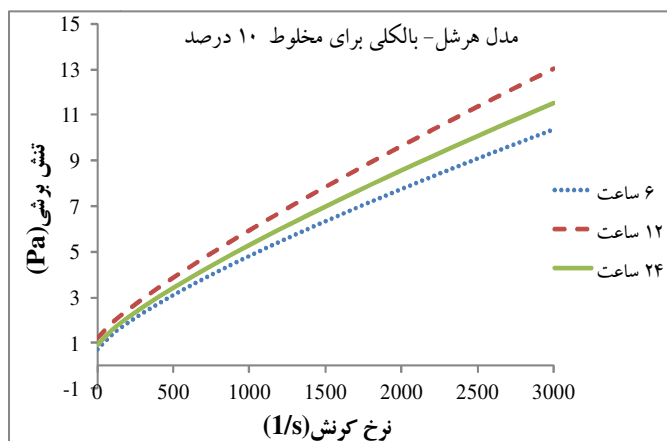


شکل ۴- تغییرات تنش- کرنش بتونیت در زمان‌های متفاوت برای مخلوط بتونیت ۷ درصد

<sup>1</sup> Sum of square error (SSE)

<sup>2</sup> Root mean square error (RMSE)

<sup>3</sup> Correlation coefficient ( $R^2$ )

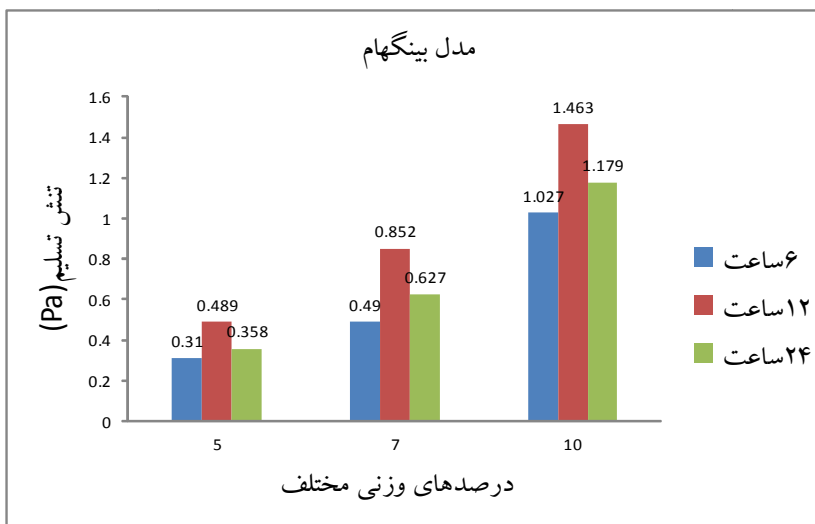


شکل ۵- تغییرات تنش- کرنش بنتونیت در زمان‌های متفاوت برای مخلوط بنتونیت ۱۰ درصد

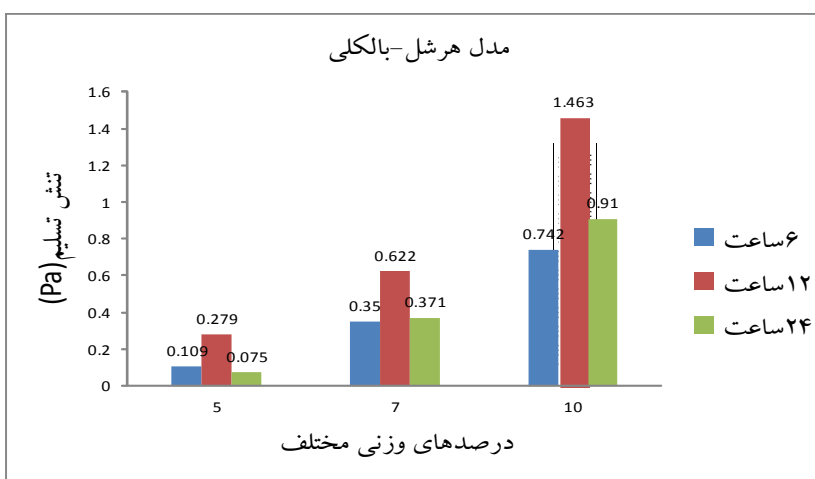
جدول ۴- معادلات استخراج شده از برازش نتایج آزمایشگاهی و خطای آماری

R <sup>2</sup>	SSE	RMSE	معادله	مدل	زمان هیدراسیون (ساعت)	درصد بنتونیت (%)
۰/۹۸۵	۱/۵۱۱	۰/۳۱۷	$\tau=0.31+0.002\gamma$	بینگهام	۶	۵
۰/۹۹۷	۰/۱۴۲	۰/۱۰۴	$\tau=0.109+0.013(\gamma)^{0.779}$	هرشل- بالکلی		
۰/۹۸۹	۱/۰۶۷	۰/۲۶۶	$\tau=0.489+0.003\gamma$	بینگهام	۱۲	
۰/۹۹۸	۰/۱۶۴	۰/۲۳۰	$\tau=0.279+0.013(\gamma)^{0.805}$	هرشل- بالکلی		
۰/۹۷۰	۳/۷۰۷	۰/۴۹۰	$\tau=0.358+0.003\gamma$	بینگهام	۲۴	
۰/۹۸۹	۳/۴۳۵	۰/۱۹۲	$\tau=0.075+0.02(\gamma)^{0.732}$	هرشل- بالکلی		
۰/۹۸۹	۱/۲۰۰	۰/۲۸۲	$\tau=0.490+0.003\gamma$	بینگهام	۶	۷
۰/۹۹۳	۱/۰۵۹	۰/۲۲۰	$\tau=0.350+0.009(\gamma)^{0.858}$	هرشل- بالکلی		
۰/۹۸۶	۱/۷۲۵	۰/۳۳۹	$\tau=0.852+0.003\gamma$	بینگهام	۱۲	
۰/۹۹۴	۰/۳۷۳	۰/۱۹۹	$\tau=0.622+0.014(\gamma)^{0.810}$	هرشل- بالکلی		
۰/۹۸۲	۶۹/۵۵۹	۲/۱۵۰	$\tau=0.627+0.003\gamma$	بینگهام	۲۴	
۰/۹۹۸	۰/۲۸۲	۰/۱۳۷	$\tau=0.371+0.017(\gamma)^{0.758}$	هرشل- بالکلی		
۰/۹۸۰	۲/۳۲۰	۰/۳۹۳	$\tau=1.027+0.003\gamma$	بینگهام	۶	۱۰
۰/۹۹۱	۰/۸۴۶	۰/۲۴۵	$\tau=0.742+0.019(\gamma)^{0.778}$	هرشل- بالکلی		
۰/۹۸۰	۲/۶۹۱	۰/۴۲۳	$\tau=1.463+0.004\gamma$	بینگهام	۱۲	
۰/۹۸۶	۱/۹۱۰	۰/۳۶۹	$\tau=1.22+0.015(\gamma)^{0.833}$	هرشل- بالکلی		
۰/۹۸۲	۳/۵۹۷	۰/۴۸۹	$\tau=1.179+0.004\gamma$	بینگهام	۲۴	
۰/۹۹۰	۱/۰۸۲	۰/۲۷۷	$\tau=0.91+0.017(\gamma)^{0.804}$	هرشل- بالکلی		

در شکل‌های (۶) و (۷) تغییرات تنش تسلیم در زمان‌های ۶، ۱۲ و ۲۴ ساعت در مدل‌های بینگهام و هرشل بالکلی به نمایش درآمده است. با نگاهی دقیق‌تر در می‌یابیم که با افزایش درصد ذرات جامد بنتونیت، تنش تسلیم سیال بدون در نظر گرفتن زمان هیدراسیون همواره افزایش می‌یابد. علاوه بر این، مقادیر تنش تسلیم به دست آمده از مدل بینگهام همواره از مدل هرشل- بالکلی بیشتر است.



شکل ۶- اثر گذر زمان هیدراسیون بر تنش تسلیم در مدل بینگهام



شکل ۷- اثر گذر زمان هیدراسیون بر تنش تسلیم در مدل هرشل-بالکلی

## ۵. نتیجه گیری

با بررسی نتایج به دست آمده می توان دریافت کرد که در تمامی نمونه های ساخته شده، ابتدا تنش تسلیم سیال از زمان ۶ تا ۱۲ ساعت اولیه افزایش یافته است و پس از گذشت ۱۲ ساعت این تنش تسلیم کاهش می یابد. به طور کلی می توان بیان کرد که نمودار تنش - نرخ کرنش ۲۴ ساعته همواره مابین نمودارهای ۶ و ۱۲ ساعت قرار گرفته است. بر خلاف تنش تسلیم، گذر زمان اثر محسوسی بر لزجت سیال ندارد. هر دو مدل ذکر شده به خوبی بیان کننده رفتار دینامیکی سیال است. در محدوده ی ابتدایی نرخ کرنش (کمتر از ۵۰۰ بر ثانیه)، مقادیر تنش های پرشی به یکدیگر نزدیک است، اما با افزایش نرخ کرنش، این مقادیر از یکدیگر فاصله می گیرند.

## ۶. قدردانی

نویسندگان از مسئولین محترم آزمایشگاه شرکت نفت سپاهان به علت در اختیار گذاشتن اطلاعات آزمایشگاهی کمال تشکر را می نمایند.



1. Schowalter, W.C. (1978). "Mechanics of non-newtonian fluids." Pergamon Press. 1<sup>st</sup> edition.  
۲. چمنی، م.، دهقانی، ا.، بیرامی، م. و قلی پور، ر. (۱۳۸۸). "مکانیک سیالات". مرکز نشر دانشگاه صنعتی اصفهان، ص ۲۲-۲۶.
3. Kelessidis, V.C., and Maglione, R. (2006). "Modeling rheological behavior of bentonite suspensions as Casson and robertson–stiff fluid using newtonian and true shear rate in Couette viscometry." *Powder Technology*, Vol. 168, pp. 134–147.
4. Komatina, D., and Jovanovic, M. (1997). "Experimental study of steady and un steady free surface flows with water-clay mixture." *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 35, No. 5, pp. 579–590.
5. Kelessidis, V.C., Christina, G., Makri, P., Hadjistamou, V., Tsamantaki, C., Mihalakis, A., Papanicolaou, C., Foscolos, A. (2007). "Gelation of water –bentonite suspensions at high temperature and rheological control with lignite addition." *Applied clay science*, Vol. 36, pp. 221-231.
6. Gray, H.C.H., and Darley, G.R. (1980). "Composition and properties of oil-well drilling fluids." Gulf pub. Co.,Huston.
7. Bourgoyne, A.T., Chenevert, K.K., Millheim, F.S., and Young, Jr. (1991). "Applied drilling fluid." SPE textbook series, Vol. 2.
8. Instruction Manual Rotovisco HAAKE RV12.  
۹. رضایی، ع.، و سلطانی، ا. (۱۳۸۷). "مقدمه‌ای بر تحلیل رگرسیون کاربردی". مرکز نشر دانشگاه صنعتی اصفهان، ص ۱۲۸-۱۴۵.