۳-۷

توزیع فشار اندازه‌گیری شده در طول لوله‌ی افقی به قطر mm ۵۰ مطابق جدول زیر است. طول تقریبی ناحیه‌ی ورودی چقدر است؟ در ناحیه‌ی کاملاً توسعه‌یافته‌ی جریان، تنش برشی دیواره را محاسبه کنید.

فاصله از ابتدای لوله، x $(\pm ۰/۰۱\ m)$	۰	۰/۵	۱	۱/۵	۲	۲/۵	۳	۳/۵	۴	۴/۵	۵
فشار، p، $(\pm 5\ mm\ H_2O)$	۵۲۰	۴۲۷	۳۵۱	۲۸۸	۲۳۶	۱۸۸	۱۴۵	۱۰۹	۷۳	۳۶	۰

پاسخ:

در ناحیه‌ی کاملاً توسعه‌یافته مقدار افت فشار در واحد طول (گرادیان فشار) ثابت است [رابطه‌ی (۷-۵)]. با محاسبه‌ی افت فشار طبق جدول زیر می‌توان محلی را که ناحیه‌ی کاملاً توسعه‌یافته شروع می‌شود، به‌دست آورد. با درنظر گرفتن خطای اندازه‌گیری، از نتایج محاسبات در جدول زیر مشاهده می‌شود که بعد از $\ell > 3.0\ m$، مقدار گرادیان فشار ثابت و تقریبا برابر $mm\ H_2O$ ۷۲ است و لذا، طول تقریبی ناحیه‌ی ورودی $\ell_h = ۳/۰\ m$ است. تنش برشی دیواره در این ناحیه از رابطه‌ی (۷-۵) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\Delta p = \frac{4\ell}{D}\tau_0 \quad ; \quad \tau_0 = \frac{\Delta p}{\ell}\frac{D}{4} = \left[\frac{(72\,mm\,H_2O)}{(1000\,m/mm)}(9810\,N/m^3)\right]\frac{(0.05\,m)}{4} \quad ; \quad \underline{\underline{\tau_0 = 8.83 \quad Pa}}$$

ℓ (m)	p $(mm\ H_2O)$	$\Delta\ell$ (m)	Δp $(mm\ H_2O)$	$\Delta p/\Delta\ell$ $(mm\ H_2O/m)$
۰	۵۲۰			
		۰/۵	-۹۳	-۱۸۶
۰/۵	۴۲۷			
		۰/۵	-۷۶	-۱۵۲
۱/۰	۳۵۱			
		۰/۵	-۶۳	-۱۲۶
۱/۵	۲۸۸			
		۰/۵	-۵۲	-۱۰۴
۲/۰	۲۳۶			
		۰/۵	-۴۸	-۹۶
۲/۵	۱۸۸			
		۰/۵	-۴۳	-۸۶
۳/۰	۱۴۵			
		۰/۵	-۳۶	-۷۲
۳/۵	۱۰۹			
		۰/۵	-۳۶	-۷۲
۴/۰	۷۳			
		۰/۵	-۳۷	-۷۴
۴/۵	۳۶			
		۰/۵	-۳۶	-۷۲
۵/۰	۰			

۹-۷) گزینه ۴

$$\Delta P = \frac{32\mu \ell V}{D^2} = \frac{32 \times \mu V \times 15}{(0.6)^2} = 70 \times 10^3 \Rightarrow \mu V = 52.5$$

$$\tau = \frac{\mu V}{\Delta y} = \frac{52.5}{0.3} \Rightarrow \tau = \frac{\Delta P D}{4\ell} = \frac{70 \times \cancel{10} \times \cancel{0.6}}{\cancel{4 \times 15}} = \boxed{700\,Pa}$$

۱۲-۷) چون فرض جریان آرام و دائمی

$$\Rightarrow \frac{\Delta P}{\ell} = \frac{4\tau_0}{D} = \frac{4}{D}\left(-\mu\frac{du}{dy}\right) = \frac{4}{D}\left(\frac{\Delta u}{\Delta r}\right)(-\mu)$$

$$\xRightarrow{\text{حالت دوم}} \frac{4}{D}\left(\frac{\Delta u}{\Delta r}\right)(-3.8\mu) \longrightarrow \text{گزینه ۲}$$

نور:

۷-۱۷: $Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{999{,}7 \times 1{,}2 \times 0{,}002}{1{,}307 \times 10^{-3}} = 1835{,}7 < 2100$

جریان آرام است.

$\Rightarrow$ جریان آرام: برای جریان $\Delta P = \frac{32 \mu l V}{D^2} = \frac{32 \times 1{,}307 \times 10^{-3} \times 15 \times 1{,}2}{(0{,}002)^2}$

$= 188208\ Pa$

از افت جزئی صرف‌نظر می‌کنیم:

$h_L = h_f = \frac{\Delta P}{\underbrace{\gamma}_{\rho g}} = \frac{188208}{999{,}7 \times 9{,}81} = 19{,}19\ m$

$\dot{W} = \gamma Q h_L = \gamma \times \left(\frac{\pi D^4 \Delta P}{128 \mu l}\right) \times h_L = (999{,}7 \times 9{,}81)$

$\times \left(\frac{\pi \times (0{,}002)^4 \times 188208}{128 \times 1{,}307 \times 10^{-3} \times 15}\right) \times 19{,}19 = \boxed{0{,}71\ W}$

۷-۲۱: $Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu} = \frac{4 Q}{\pi D \nu} = \frac{4 \times 126 \times 10^{-3}}{\pi \times 0{,}4 \times 0{,}001}$

$= 401{,}07 \rightarrow$ جریان آرام

$\rightarrow h_L = f \frac{l}{D} \frac{V^2}{2g} = f \frac{l}{D} \times \frac{Q^2}{2gA^2} = \frac{8 f l Q^2}{g \pi^2 D^5} \Rightarrow$

Year: Month: Day:

$\xrightarrow{\quad} = \frac{64}{Re}\left(\frac{8 l Q^2}{g \pi^2 D^5}\right) = \frac{64}{401{,}07} \times \frac{8 \times 4000 \times (0{,}126)^2}{10 \times \pi^2 \times (0{,}4)^5} = 80{,}2$

آرام $\therefore f = \frac{64}{Re}$

گزینه ۴

۷-۲۵ گلیسیرین $20°C$ در لوله‌ای فولادی به قطر $40\ mm$ با سرعت متوسط $0{,}4\ m/s$ جریان دارد. آیا جریان آرام است یا آشفته؟ تنش برشی در مرکز و جداره‌ی لوله چقدر است؟ اگر لوله به‌صورت عمودی قرار گیرد و جهت جریان از بالا به پایین باشد، آیا فشار در جهت جریان افزایش می‌یابد یا کاهش؟ لزجت گلیسیرین $1{,}52\ Pa.s$ و چگالی آن $1260\ kg/m^3$ است.

پاسخ:

عدد رینولدز از رابطه‌ی (۷-۱) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$Re=\frac{\rho VD}{\mu}=\frac{(1260\,kg/m^3)(0.5\,m/s)(0.075\,m)}{(1.52\,Pa.s)} \quad ; \quad Re=17<2100$$ جریان آرام

سرعت حداکثر جریان و از آنجا تنش برشی در مرکز و جداره‌ی لوله با استفاده از رابطه‌ی (۷-۸) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$V_c=2V=2(0.4\,m/s)=0.8\,m/s \quad ; \quad \tau=-\mu\frac{du}{dr}=-\mu\frac{d}{dr}\left\{V_c\left[1-\left(\frac{2r}{D}\right)^2\right]\right\}=\frac{8\mu V_c}{D^2}r$$

$$\begin{cases}\underline{\underline{\tau_{r=0}=0}}\\ \tau_{r=20\,mm}=\dfrac{8(1.52\,Pa.s)(0.8\,m/s)}{(0.040\,m)^2}(0.020\,m)=\underline{\underline{120\quad Pa}}\end{cases}$$

مقدار افت در واحد طول لوله (گرادیان فشار) در حالتی که لوله به‌صورت عمودی قرار گیرد و جهت جریان از بالا به پایین باشد، از رابطه‌ی (۷-۱۵) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

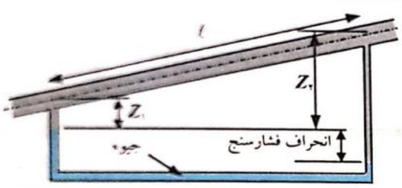
$$\frac{\Delta p}{\gamma}-\Delta Z=\frac{32V\upsilon\ell}{gD^2} \quad ; \quad \frac{\Delta p}{\ell}-\gamma\frac{-\ell}{\ell}=\frac{\gamma 32V\upsilon}{gD^2} \quad ; \quad \frac{\Delta p}{\ell}=-\gamma+\frac{32V\mu}{D^2}$$

$$\frac{\Delta p}{\ell}=-\left[(1260\,kg/m^3)(9.81\,m/s^2)\right]+\frac{32(0.4\,m/s)(1.52\,Pa.s)}{(0.040\,m)^2} \quad ; \quad \frac{\Delta p}{\ell}=-361\,Pa$$

چون $\Delta p=p_1-p_2$ است، لذا $p_2>p_1$ است و **فشار در جهت جریان افزایش می‌یابد.**

۷-۲۹

روغن ($SG=0.8$) در یک لوله به قطر ۵۰ mm و با سرعت ۱٫۲ m/s جریان دارد. چنانچه $\ell=10\ m$، $Z_1=1\ m$، $Z_2=2\ m$ و انحراف فشارسنج ۰٫۱ m باشد، جهت جریان در لوله، ضریب اصطکاک f و لزجت روغن را تعیین کنید.



پاسخ:

سطح جیوه در ساقه‌ی راست مانومتر پایین‌تر است و لذا $p_2>p_1$ است. همچنین، $Z_2>Z_1$ است. اگر جریان کاملاً توسعه‌یافته در لوله برقرار باشد، مقدار کل انرژی در مقطع (۲) بیش‌تر از مقدار انرژی در مقطع (۱) است و در نتیجه جهت جریان به‌سمت پایین (از راست به چپ) است. با استفاده از قانون هیدرواستاتیک در مانومتر و رابطه‌ی (۷-۱۰)، ضریب اصطکاک به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$p_2+\gamma_{oil}(Z_2+x)-\gamma_{hg}x-\gamma_{oil}Z_1=p_1 \quad ; \quad \frac{p_1-p_2}{\gamma_{oil}}-\Delta Z=\frac{\Delta p}{\gamma_{oil}}-\Delta Z=h_f=x\left(\frac{\gamma_{hg}-\gamma_{oil}}{\gamma_{oil}}\right)$$

$$h_f=x\left(\frac{SG_{hg}-SG_{oil}}{SG_{oil}}\right)=(0.1\,m)\left[\frac{(13.6)-(0.8)}{(0.8)}\right] \quad ; \quad h_f=1.59\,m$$

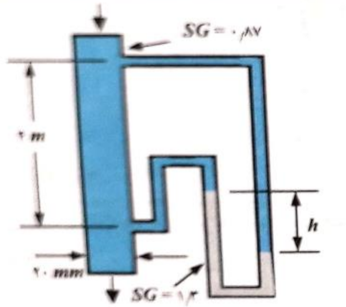
$$h_f=f\frac{\ell}{D}\frac{V^2}{2g}=1.59\,m \quad ; \quad f=h_f\frac{D}{\ell}\frac{2g}{V^2}=(1.59\,m)\frac{(0.05\,m)}{(10\,m)}\frac{2(9.81\,m/s^2)}{(1.2\,m/s)^2} \quad ; \quad \underline{\underline{f=0.108}}$$

رابطه‌های فوق مستقل از نوع رژیم جریان (آرام یا آشفته) است. عدد رینولدز و از آنجا رابطه‌ی (۷-۱۱) به‌صورت درمی‌آید:

$$f=\frac{64}{Re} \quad ; \quad Re=\frac{64}{f}=\frac{64}{(0.108)} \quad ; \quad Re=592<2100$$ جریان آرام

$$h_f=\frac{32\mu\ell V}{\gamma D^2} \quad ; \quad \mu=\frac{\gamma D^2 h_f}{32\ell V}=\frac{\left[(0.8)(9810\,N/m^3)\right](0.05\,m)^2(1.59\,m)}{32(10\,m)(1.2\,m/s)} \quad ; \quad \underline{\underline{\mu=0.0812\quad Pa.s}}$$

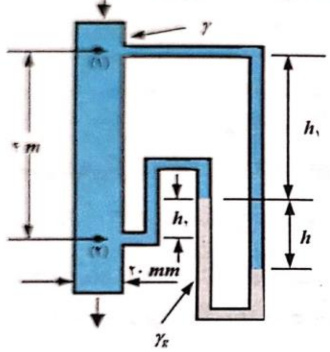
۳۱-۷



روغـن ($SG = ۰٫۸۷$، $\upsilon = ۱٫۲\times۱۰^{-۴}\ m^۲/s$) در لولـه‌ی عمـودی با دبـی $۴\times۱۰^{-۴}\ m^۳/s$ در جریـان اسـت. از مانومتری برای اندازه‌گیری اختلاف فشار استفاده شده است. مقـدار اختـلاف ارتفاع سیـال را در مانومتر، h، در دو حالتی که جریـان رو به بـالا یا رو به پاییـن است، به‌دسـت آوریـد.

پاسخ:

برای دو حالتی که جریان رو به بالا یا رو به پایین باشد، سرعت متوسط جریان و عدد رینولدز به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:



$$V = \frac{Q}{A} = \frac{\left(4\times10^{-4}\ m^3/s\right)}{\pi/4\left(0.02\,m\right)^2} = 1.27\,m/s$$

$$Re = \frac{VD}{\upsilon} = \frac{\left(1.27\,m/s\right)\left(0.02\,m\right)}{\left(1.2\times10^{-4}\ m^2/s\right)} = 212 < 2100$$

لذا در دو حالت جریان آرام برقرار است. رابطه‌ی (۷-۱۴) برای دو حالت برای جریان آرام کاملاً توسعه‌یافته به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$Q = \frac{\pi\left(\Delta p \pm \gamma\ell\right)D^4}{128\mu\ell} \quad ; \quad \Delta p = \pm p_1 \mp p_2 = \frac{128\mu\ell Q}{\pi D^4} \mp \gamma\ell \qquad (۱)$$

که در آن علامت بالایی برای جریان رو به پایین و علامت پایینی برای جریان رو به بالا است. اختلاف فشار از قانون هیدرواستاتیک برای مانومتر به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{cases} p_1 + \gamma h_1 - \gamma_g h + \gamma h_2 = p_2 \\ h_1 = \ell - h_2 + h \ \ or \ \ h_1 + h_2 = h + \ell \end{cases} \quad ; \quad p_1 - p_2 = \left(\gamma_g - \gamma\right)h - \gamma\ell \qquad (۲)$$

با جایگزینی رابطه‌ی (۲) در رابطه‌ی (۱) خواهیم داشت:

$$\pm\left(\gamma_g - \gamma\right)h \mp \gamma\ell = \frac{128\mu\ell Q}{\pi D^4} \mp \gamma\ell \quad ; \quad h = \frac{128\mu\ell Q}{\pm\pi D^4\left(\gamma_g - \gamma\right)}$$

$$h = \pm\frac{128\left[\left(1.2\times10^{-4}\ m^2/s\right)\left(0.87\right)\left(1000\,kg/m^3\right)\right]\left(4\,m\right)\left(4\times10^{-4}\ m^3/s\right)}{\pi\left(0.02\,m\right)^4\left(1.3-0.87\right)\left(9810\,N/m^3\right)} \quad ; \quad \underline{\underline{h = \pm10.1\ \ m}}$$

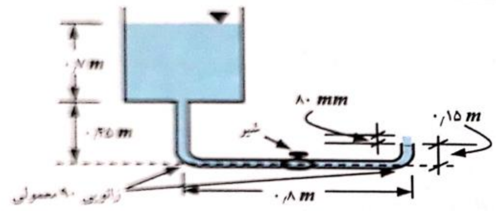
گزینه ۱

Subject:

Year: Month: Day: Page:( )

$$h_L = h_f = f\frac{l}{D}\frac{V^2}{2g} = ۰٫۰۲\times\frac{۱}{۰٫۰۲۵}\times\frac{(۲٫۵)^۲}{۲\times۹٫۸۱} = ۰٫۲۵$$:۴۲-۷

۵۳-۷ آب در سیستم نشان داده شده در شکل جریان دارد. قطر لوله ۲۰ mm و از جنس لوله‌ی گالوانیزه با اتصالات رزوه‌ای است و اتصال مخزن، لبه‌تیز است. اگر جریان آب در خروجی لوله تا ارتفاع ۸۰ mm بالا رود، ضریب افت شیر را به‌دست آورید.



پاسخ:

این مسأله‌ی تیپ (۱) است. مقاطع (۱)، (۲) و (۳) به‌ترتیب در سطح مخزن، خروجی لوله و نقطه‌ی اوج فوران آب درنظر گرفته می‌شود. رابطه‌ی برنولی [رابطه‌ی (۵-۲۳)] برای خط جریان بین نقطه‌ای واقع در مقطع (۲) و نقطه‌ای واقع در مقطع (۳) به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$V_2=\sqrt{2gh}=\sqrt{2g(Z_3-Z_2)}=\sqrt{2\left(9.81\,m/s^2\right)(0.08\,m)} \quad ; \quad V_2=1.25\,m/s$$

فرض می‌شود که سرعت V_2 همان سرعت یکنواخت مقطع (۲) است. رابطه‌ی هد انرژی [رابطه‌ی (۷-۱۲)] برای حجم کنترل شامل آب بین مقطع (۱) و مقطع (۳) با استفاده از رابطه‌ی (۷-۲۳) به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{p_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1+h_p=\frac{p_3}{\gamma}+\frac{V_3^2}{2g}+Z_3+h_L$$

$$0+0+\left[(0.7\,m)+(0.45\,m)\right]=0+0+\left[(0.15\,m)+(0.08\,m)\right]+h_L \quad ; \quad h_L=\left(f\frac{\ell}{D}+\sum_{i=1}^{3}K_m\right)\frac{V^2}{2g}=0.92 \qquad (۱)$$

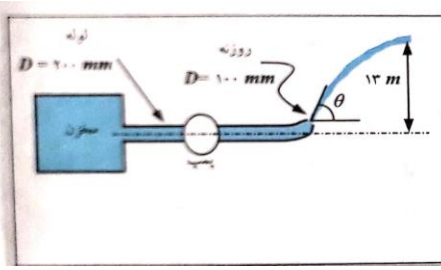
ضریب افت برای ورودی لوله از شکل (۷-۲) برابر ۰٫۵، ضریب زانویی از جدول (۷-۱) برابر ۱٫۵ است. مقدار زبری لوله‌ی گالوانیزه و مقدار f از شکل (۷-۱) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید [سرعت در خروجی لوله (V_2) برابر سرعت در لوله (V) درنظر گرفته شده است]:

$$\begin{cases}\dfrac{\varepsilon}{D}=\dfrac{(0.00015\,m)}{(0.02\,m)}=0.0075\\[2ex] Re=\dfrac{VD}{\upsilon}=\dfrac{(1.25\,m/s)(0.02\,m)}{\left(1.12\times10^{-6}\,m^2/s\right)}=2.23\times10^{4}\end{cases} \quad ; \quad f=0.038$$

اگر ضریب افت شیر K_{m_v} باشد، رابطه‌ی (۱) به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\left\{(0.038)\frac{\left[(0.45\,m)+(0.80\,m)+(0.15\,m)\right]}{(0.02\,m)}+\left[0.5+2(1.5)++K_{m_v}\right]\right\}\frac{(1.25\,m/s)^2}{2\left(9.81\,m/s^2\right)}=0.92 \quad ; \quad \underline{\underline{K_{m_v}=5.4}}$$

۵۹-۷ در یک ماشین آتش‌نشانی، مخزن آبی با فشار ۷۰ kPa وجود دارد. آب از این خزن توسط لوله‌ای به قطر ۲۰۰ mm و طول ۶۵ m منتقل شده و در سر راه آن یک پ قرار دارد. در خروجی لوله، روزنه‌ای به قطر ۱۰۰ mm، جریان آب را با زاویه‌ی ۶۰ پرتاب کرده تا به پنجره‌ای در ارتفاع ۱۳ m بالاتر از تراز خروجی لوله برسد. اگر ـری نسبی لوله ۰٫۰۰۰۱ باشد، توان پمپ را به‌دست آورید. فرض کنید که تراز ـروجی لوله با مخزن یکی است و از افت‌های موضعی و اصطکاک هوا صرف‌نظر کنید.



پاسخ:

این مسأله‌ی تیپ (۱) است. چون مؤلفه‌ی افقی سرعت خروجی جت ثابت می‌ماند، سرعت جت در نقطه‌ی اوج که به ارتفاع ۱۳ m قرار دارد برابر $V\cos\theta$ است که در آن V سرعت جت خروجی از روزنه است. رابطه‌ی هد انرژی [رابطه‌ی (۷-۱۲)] با صرف‌نظر کردن از افت انرژی برای حجم کنترل بین مقطع خروجی روزنه [مقطع (۳)] و مقطع اوج جت [مقطع (۴)] به‌صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{p_3}{\gamma}+\frac{V_3^2}{2g}+Z_3=\frac{p_4}{\gamma}+\frac{V_4^2}{2g}+Z_4 \quad ; \quad 0+\frac{V_3^2}{2\left(9.81\,m/s^2\right)}+0=0+\frac{\left(V_3\cos 60\right)^2}{2\left(9.81\,m/s^2\right)}+13 \quad ; \quad V_3=18.44\,m/s$$

رابطه‌ی پیوستگی [رابطه‌ی (۳-۱۲)] بین مقطع (۳) و مقطع لوله قبل از روزنه [مقطع (۲)] و از آنجا رابطه‌ی هد انرژی [رابطه‌ی (۷-۱۲)] برای حجم کنترل شامل آب بین مقطع (۲) و مقطع مخزن [مقطع (۱)] با استفاده از رابطه‌ی (۷-۲۳) به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$V_2A_2=V_3A_3 \quad ; \quad V_2=\frac{A_3}{A_2}V_3=\frac{D_3^2}{D_3^2}V_3=\frac{(100\,mm)^2}{(200\,mm)^2}(18.44\,m/s) \quad ; \quad V_2=4.61\,m/s$$

$$\frac{p_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1+h_p=\frac{p_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2+h_f$$

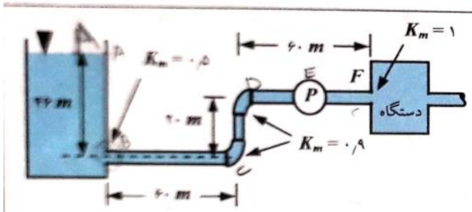
$$\frac{(70000\,Pa)}{\left(9810\,N/m^3\right)}+0+0+h_p=0+\frac{(18.44\,m/s)^2}{2\left(9.81\,m/s^2\right)}+0+f\frac{(65\,m)}{(0.2\,m)}\frac{(4.61\,m/s)^2}{2\left(9.81\,m/s^2\right)} \quad ; \quad h_p=10.20+352f \qquad (۱)$$

مقدار f از شکل (۷-۱) و از آنجا هد پمپ از رابطه‌ی (۱) و توان آن به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$\begin{cases}\dfrac{\varepsilon}{D}=0.0001\\ Re=\dfrac{VD}{\upsilon}=\dfrac{(4.61\,m/s)(0.2\,m)}{\left(1.12\times10^{-6}\,m^2/s\right)}=8.2\times10^5\end{cases} \quad ; \quad f=0.0137 \quad ; \quad h_p=10.20+352(0.0137)=15.02\,m$$

$$\dot{W}_p=\gamma Qh_p=\left(9.81\,kN/m^3\right)\left[\frac{\pi}{4}(0.2\,m)^2\,(4.61\,m/s)\right](15.02\,m) \quad ; \quad \underline{\underline{\dot{W}_p=21.3\quad kW}}$$

۷-۶۳ آب از مـخزن توسـط لولـه‌ای فـولادی به قطر ۲۰۰ mm بـه دستگاهـی مطابـق شـکل شکل پمپاژ می‌شـود. اگـر تـوان پمـپ ۲۰ kW و دبی لولـه ۱۴۰ L/s باشد، مقـدار فشـار در مقطـع F را به‌دسـت آوریـد. مقادیر خط شیب انـرژی (EGL) و خـط شیـب هیدرولیکـی (HGL) را در مقاطع مختلف به‌دست آورید. فاصله‌ی پمپ از دستگاه ۳۰ m اسـت.



پاسخ:

این مسأله‌ی تیپ (۱) است. باتوجه به دبی داده شده، مقدار سرعت $V = Q/A = ۴/۴۶\ m/s$ به‌دست می‌آید. مقدار هد پمپ از رابطه‌ی (۳-۳۳) و از آنجا رابطه‌ی هد انرژی [رابطه‌ی (۷-۱۲)] برای حجم کنترل شامل آب بین سطح مخزن و مقطع F با استفاده از رابطه‌ی (۷-۲۳) به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$h_p = \frac{W_p}{\gamma Q} = \frac{20\,kW}{\left(9.81\,kN/m^3\right)\left(0.14\,m^3/s\right)} = 14.56\,m \quad ; \quad \frac{p_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + Z_A + h_p = \frac{p_F}{\gamma} + \frac{V_F^2}{2g} + Z_F + h_L$$

$$0 + 0 + Z_A + h_p = \frac{p_F}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + Z_F + f\frac{\ell}{D}\frac{V^2}{2g} + \sum K_m \frac{V^2}{2g}$$

$$0 + 0 + (46\,m) + (14.56\,m) = \frac{p_F}{\left(9.81\,kN/m^3\right)} + (20\,m) + \left\{1 + f\frac{(140\,m)}{(0.2\,m)} + \left[(0.5) + 2(0.9) + (1)\right]\right\}\frac{(4.46\,m/s)^2}{2\left(9.81\,m/s^2\right)}$$

$$p_F = 9810\left[40.56 - 1.012(4.3 + 700f)\right] \tag{1}$$

که در آن V سرعت آب در لوله است. مقدار زبری لوله‌ی فولادی و مقدار f از شکل (۷-۱) و از آنجا فشار از رابطه‌ی (۱) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{cases} \dfrac{\varepsilon}{D} = \dfrac{(0.045\,mm)}{(200\,mm)} = 0.000225 \\[2ex] Re = \dfrac{VD}{\upsilon} = \dfrac{(4.46\,m/s)(0.2\,m)}{\left(1.12\times10^{-6}\,m^2/s\right)} = 8.0\times10^5 \end{cases} \quad ; \quad f = 0.015$$

$$p_F = 9.81\left\{40.56 - 1.012\left[4.3 + 700(0.015)\right]\right\} \quad ; \quad \underline{\underline{p_F = 251.0\ \ kPa}}$$

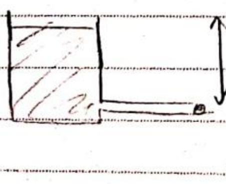
برای رسم خطوط شیب انرژی و هیدرولیکی مقدار هد سرعت و افت هد انرژی در واحد طول لوله به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{(4.46\,m/2)^2}{2\left(9.81\,m/s^2\right)} = 1.01\,m \quad ; \quad \frac{f}{D}\frac{V^2}{2g} = \frac{(0.015)}{(0.2\,m)}(1.01\,m) = 0.076$$

در جدول زیر تلفات هد انرژی و مقادیر مربوط به خط شیب انرژی و خط شیب هیدرولیکی محاسبه شده است. چون قطر لوله ثابت است، خط شیب انرژی و خط شیب هیدرولیکی به اندازه‌ی هد سرعت، $۱/۰۱\ m$، تفاوت دارند. برای کنترل جواب مساله، اگر از ارتفاع خط شیب هیدرولیکی در مقطع F ارتفاع مقطع ($۲۰\ m$) را کنیم، مقدار $۲۵/۵۷\ m$ باقی می‌ماند که این ارتفاع معادل فشار در مقطع F است [$(۹/۸۱\ kN/m^۳)(۲۵/۵۷\ m) = ۲۵۰/۸\ kPa$]. علت این اختلاف کم در رندکردن اعداد به‌دست آمده است.

مقطع	تلفات هد اصلی و افت موضعی و یا هد پمپ (m)	ارتفاع خط شیب انرژی (m) (EGL) قبل از مقطع	بعد از مقطع	ارتفاع خط شیب هیدرولیکی (m) (HGL)
A (سطح مخزن)		۴۶	۴۶	۴۶
B (ورودی لوله)	$۰/۵ \times (۱/۰۱\ m) = ۰/۵۱$	۴۶	$۴۶ - ۰/۵۱ = ۴۵/۴۹$	۴۴/۴۸
C (زانویی اولی)	$۰/۰۷۶ \times (۶۰\ m) = ۴/۵۶$ $۰/۹ \times (۱/۰۱\ m) = ۰/۹۱$	$۴۵/۴۹ - ۴/۵۶ = ۴۰/۹۳$	$۴۰/۹۳ - ۰/۹۱ = ۴۰/۰۲$	۳۹/۰۱
D (زانویی دومی)	$۰/۰۷۶ \times (۲۰\ m) = ۱/۵۲$ $۰/۹ \times (۱/۰۱\ m) = ۰/۹۱$	$۴۰/۰۲ - ۱/۵۲ = ۳۸/۵۰$	$۳۸/۵۰ - ۰/۹۱ = ۳۷/۵۹$	۳۶/۵۸
E (پمپ)	$۰/۰۷۶ \times (۳۰\ m) = ۲/۲۸$ $۱۴/۵۶\ m$	$۳۷/۵۹ - ۲/۲۸ = ۳۵/۳۱$	$۳۵/۳۱ + ۱۴/۵۶ = ۴۹/۸۷$	۴۸/۸۶
F	$۰/۰۷۶ \times (۳۰\ m) = ۲/۲۸$ $۱/۰ \times (۱/۰۱\ m) = ۱/۰۱$	$۴۹/۸۷ - ۲/۲۸ = ۴۷/۵۹$	$۴۷/۵۹ - ۱/۰۱ = ۴۶/۵۸$	۴۵/۵۷

۷۲-۷ . مسئله تیپ ۲



10m

رابطه انرژی بین سطح مخزن و سطح خروجی : $\frac{P_0}{\gamma}+z_0+\frac{v_0^2}{2g}=\frac{P_1}{\gamma}+z_1+\frac{v_1^2}{2g}+h_L$

$$\to 0+10+0=0+0+\frac{v_1^2}{2\times 9.81}+\left(f\frac{l}{D}+K_m\right)\times v^2/2g$$

Subject:

Year: Month: Day: Page:( )

شیر گوشه‌ای باز برای K_m

$$\frac{v_1^2}{19.62}+\left(f\times\frac{2.4}{0.024}+2\right)\times\frac{v_1^2}{19.62}-10=0 \Rightarrow \frac{v_1^2}{19.62}\left(1+100f+2\right)=10$$

$$\Rightarrow v_1=\sqrt{\left(\frac{196.2}{100f+3}\right)} \to$$

روش آزمون و خطا
فرض می‌کنیم $f=0.02$

$$v_1=4.26\ \frac{m}{s}$$

$$\varepsilon/D=\frac{0.15mm}{24}=0.0058$$

$$Re=\frac{VD}{\nu}=\frac{4.26\times 0.024}{1.12\times 10^{-6}}=1.453\times 10^{5} \to$$ [illegible]

نمودار مودی $f=0.031$ ← خلاف فرض است ← فرض دوم

$$f=0.031 \to v_1=5.471\ \frac{m}{s}$$

$$\varepsilon/D=0.0058$$

$$Re=\frac{5.471\times 0.024}{1.12\times 10^{-6}}=1.314\times 10^{5}$$

مودی $\to f=0.032$

اختلاف کم است

می‌پذیریم ✓

$$\to Q=AV_1=\frac{\pi}{4}\times(0.024)^2\times 5.471$$

$$\boxed{\to Q=0.003\ \frac{m^3}{s}}$$

$$\frac{P_1}{\gamma} + Z_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_L \rightarrow V_1 = V_2 \qquad : ۷۸-۷$$

$$1 = 0 + 0 + 0 + f\,\frac{1000}{D} \times \frac{V^2}{2g} \qquad V = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \times 8.4}{\pi \times D^2}$$

$$\rightarrow 1 = \frac{5830.15 f}{D^5} \qquad \rightarrow V = \frac{10.695}{D^2}$$

Page:( )

$\rightarrow$ فرض: $f = 0.02 \rightarrow D = 5.444\ m \rightarrow V = 0.333\ \frac{m}{s}$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.045\,mm}{5444\,mm} = 0.0000008 \approx 0.000001$$

$$Re = \frac{0.333 \times 5.444}{1.12 \times 10^{-6}} = 1.484 \times 10^{6} \rightarrow$$

مودی $\rightarrow f = 0.0115$

غلط ✗

فرض دوم: $f = 0.0115 \rightarrow D = 2.319\ m \rightarrow V = 1.99\ \frac{m}{s}$

$$\frac{\varepsilon}{D} = 0.00001$$

$$Re = \frac{1.99 \times 2.319}{1.12 \times 10^{-6}} = 4.118 \times 10^{6}$$

مودی $\rightarrow f = 0.01$

اختلاف کم

می‌پذیریم $\rightarrow$ $\boxed{D = 2.319\ m}$

$$-\rho v^۲ A = \sum_{cv} F_x = -R_x + P_1 A \to -۱۰۰۰ \times v^۲ \times \frac{\pi D^۲}{۴} = -R_x + P_1 \frac{\pi D^۴}{۴} \quad :۷-۸۴$$

$$\to D = ۰٫۲۵ m$$

$$P_۲ + \frac{\rho v_۲^۲}{۲} + \gamma z_۲ = P_1 + \frac{\rho v_1^۲}{۲} + \gamma z_1 \to ۹۸۱۰ \times ۲۵ = P_1 + \frac{۱۰۰۰ v^۲}{۲} + ۰$$

$$P_1 = ۲۴۵۲۵۰ - ۵۰۰ v^۲ \to -۴۹٫۰۸۷ v^۲ = -R_x + ۱۲۲۴۴٫۵ - ۲۵ v^۲$$

$$\to R_x = ۲۵٫۰۱ v^۲ + ۱۲۰۳۸٫۶۴$$

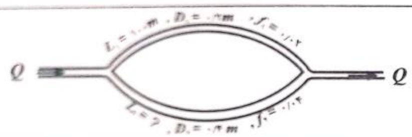
$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^۲}{۲g} + z_1 = \frac{P_۲}{\gamma} + \frac{v_۲^۲}{۲g} + z_۲ + h_f \to v^۲(۲۰f + ۰٫۰۵) = ۵۰$$

$$\to v = \sqrt{\frac{۵۰}{۲۰f + ۰٫۰۵}} \qquad f = ۰٫۰۲ \to v = ۱۰٫۵ \frac{m}{s} \;,\; \frac{\varepsilon}{D} = ۰٫۰۰۰۱۸ \;,\; Re = ۰٫۲۳ \times ۱۰^۵$$

$$f = ۰٫۰۱۸ \to v = ۱۰٫۹۷ \;,\; \frac{\varepsilon}{D} = ۰٫۰۰۰۱۸ \;,\; Re = ۰٫۲۷۵ \times ۱۰^۵$$

$$f = ۰٫۰۱۸ \checkmark \to v = ۱۰٫۹۷ \checkmark ok \begin{cases} P = -۵۹۰۵۹٫۱۵ + ۲۴۵۲۵۰ = ۱۸۶۱۹۰٫۱۵\ Pa \\ R_x = ۱۵۰۵۰٫۱ N \end{cases}$$

۹۱-۷



در شبکه‌ی لوله‌ی شکل زیر، اگر دبی دو لوله‌ی موازی یکسان باشد ($Q_1 = Q_2$)، طول لوله‌ی شاخه‌ی دوم (L_2) چند متر باید باشد؟

۱) ۵۰ ۲) ۱۵۶ ۳) ۸۰۰ ۴) ۱۶۰۰

پاسخ:

گزینه‌ی (۴). رابطه‌ی (۷-۲۹) برای لوله‌های موازی باتوجه به اینکه دبی دو لوله مساوی است به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$h_{L_{D1}} = h_{L_{D2}} \quad ; \quad \frac{8 f_1 L_1 Q^2}{g\pi^2 D_1^5} = \frac{8 f_2 L_2 Q^2}{g\pi^2 D_2^5} \quad ; \quad f_1 \frac{L_1}{D_1^5} = f_2 \frac{L_2}{D_2^5} \quad ; \quad (0.02)\frac{(100\,m)}{(0.2\,m)^5} = (0.04)\frac{L_2}{(0.4\,m)^5}$$

$$\underline{\underline{L_2 = 1600 \quad m}}$$

۷-۹۸:

$D_{AB} > D_{AC} \longrightarrow Q_{AB} > Q_{AC} \rightarrow$ جهت جریان: $B \rightarrow C$

$Q_{AB} + Q_{AC} = ۱ \frac{m^۳}{s}$ و $Q_{AB} - Q_{BC} = ۰٫۵ \, m^۳/s$ و $Q_{AC} + Q_{BC} = ۰٫۵ \, m^۳/s$

$\Delta H_{AC} = \Delta H_{AB} + \Delta H_{BC}$

$$\frac{f \times L \times Q_{AC}^۲}{۱۲٫۱ \, D_{AC}^۵} = \frac{f \times L \times Q_{AB}^۲}{۱۲٫۱ \, D_{AB}^۵} + \frac{fl \times Q_{BC}^۲}{۱۲٫۱ \, D_{BC}^۵} \Rightarrow \frac{Q_{AC}^۲}{D_{AC}^۵} = \frac{Q_{BC}^۲}{D_{BC}^۵} + \frac{Q_{AB}^۲}{D_{AB}^۵}$$

$$\rightarrow \frac{(۰٫۵ - Q_{BC})^۲}{D^۵} = \frac{(۰٫۵ + Q_{BC})^۲}{(۳D)^۵} + \frac{Q_{BC}^۲}{(۲D)^۵} \rightarrow \boxed{Q_{BC} = ۰٫۴۱ \frac{m^۳}{s}}$$

$\Rightarrow Q_{BC} > ۰$ ، $\rightarrow$ پس فرض‌ها درمورد جهت جریان درست بود.

۷-۱۰۲:

$A_T = \frac{\pi}{۴} D^۲$ و $Q = C_v A_T \sqrt{\frac{۲(P_۱ - P_۲)}{\rho(1 - \beta^۴)}}$

$A_T = \frac{\pi}{۴} \times (۰٫۰۵)^۲ = ۱٫۹۶ \times ۱۰^{-۳} \, m^۲$ و $Q = ۰٫۹۸ \times ۱٫۹۶ \times ۱۰^{-۳} \times \sqrt{\frac{۲ \times ۷۰۰۰}{۵۱۴٫۷ \times (1 - (\frac{۵۰}{۸۰})^۴)}}$

$\rightarrow Q = ۱۰٫۹ \times ۱۰^{-۳} \frac{m^۳}{s} = ۱۰٫۹ \frac{L}{s}$