$\vec{V} = ۲xt\hat{i} - ۲yt\hat{j}$: ۲ − ۳

۱ . . ۱

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + u\frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v\frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w\frac{\partial \vec{V}}{\partial z}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}(۲xt\hat{i} - ۲yt\hat{j}) = ۲x\hat{i} - ۲y\hat{j} \\ u\frac{\partial \vec{V}}{\partial x} = ۲xt\frac{\partial}{\partial x}(۲xt\hat{i} - ۲yt\hat{j}) = ۲xt(۲t\hat{i}) = ۴xt^۲\hat{i} \\ v\frac{\partial \vec{V}}{\partial y} = -۲yt\frac{\partial}{\partial y}(۲xt\hat{i} - ۲yt\hat{j}) = -۲yt(-۲t\hat{j}) = ۴yt^۲\hat{j} \\ w\frac{\partial \vec{V}}{\partial z} = ۰ \end{cases}$$

$$\vec{a} = (۲x + ۴xt^۲)\hat{i} + (۴yt^۲ - ۲y)\hat{j}$$

$$\vec{a} = ۶\hat{i} + ۲\hat{j} \ \frac{m}{s} \rightarrow |a| = \sqrt{۳۶+۴} = \sqrt{۴۰} \ m/s^۲$$

$$\vec{V} = ۲xt\hat{i} - ۲yt\hat{j} = ۲\hat{i} - ۲\hat{j} \rightarrow V = |\vec{V}| = \sqrt{۲^۲ + ۲^۲} = ۲\sqrt{۲} \ m/s$$

: ۸ − ۳

$$\bar{V} = \frac{\int \rho V_n \, dA}{\rho A} = \frac{\int u_{max}(\frac{y}{R})^{\frac{۱}{۹}} \times ۲\pi r dr}{A} = \quad \boxed{dA = ۲\pi r dr}$$

$$۲\pi u_{max}\int_۰^R (\frac{r}{R})^{\frac{۱}{۹}} \times r dr = ۲\pi u_{max} \times \frac{۹r^{\frac{۱۹}{۹}}}{۱۹R^{\frac{۱}{۹}}}\Big|_۰^R = ۲\pi u_{max}\frac{۹}{۱۹} \times R^۲$$

$$\rightarrow \bar{V} = \frac{۲\pi u_{max}\frac{۹}{۱۹}R^۲}{\pi R^۲} = \frac{۱۸}{۱۹}u_{max}$$

2021 / ۱۴۰

: ۱۴ − ۳

$$\vec{V} = \frac{۱۰ - ۰}{۰٫۵}y = ۲۰y$$

$$Q = \int_A (\vec{V}\cdot\hat{n})dA = \int_A V_n dA = ۲\int_۰^{۰٫۵} ۲۰y \times ۰٫۸ dy = ۱۶y^۲\Big|_۰^{۰٫۵} \Rightarrow Q = ۴ \ m^۳/s$$

$$\bar{V} = \frac{\dot{m}}{\rho A} = \frac{Q}{A} = \frac{۴}{۰٫۸ \times ۱} = ۵ \ m/s$$

$$\dot{m} = \rho VA = \rho Q = ۱٫۲۳ \times ۴ = ۴٫۹۲ \ \frac{kg}{s}$$

۳ـ ۲۰: N_{sys} یا همان جرم در سیستم ثابت است و صفر نیست ← پس گزینه ۱ درست است.

همچنین چون جرم در سیستم ثابت است ← $۰ = \frac{dN_{sys}}{dt}$ ← گزینه ۲ هم درست است،

از طرفی چون

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{CV}\rho\, d\forall + \int_{CS}\rho(\vec{V}\cdot\hat{n})\, dA = ۰ \Rightarrow \frac{d}{dt}\int\rho\, d\forall \neq ۰$$

پس گزینه های ۱ و ۲ و ۳ در قانون پیوستگی صدق می کنند و گزینه ۴ صدق نمی کند . گزینه ۴

۲۵-۲ . جریان پایدار و تراکم ناپذیر

$$\sum Q_{in} = \sum Q_{out}$$

$$\to Q_A + Q_B = \overbrace{Q_C}^{A_۳\cdot\bar{V}_۳} \Rightarrow ۰٫۰۱t + ۰٫۰۰۵t^۲ = ۰٫۰۱ \times \bar{V}_۳$$

$$\xrightarrow{t=1s} \boxed{\bar{V}_۳ = ۱٫۵\ \frac{m}{s}} \qquad a = \frac{dV}{dt}$$

$$V_۳(t) = \frac{۰٫۰۱t + ۰٫۰۰۵t^۲}{۰٫۰۱} = t + ۰٫۵t^۲$$

$$\to a = ۱ + t \xrightarrow[t=1s]{} \boxed{a = ۲\ \frac{m}{s^۲}}$$

2021 / ۱۴۰۰

۳ـ ۲۸ :

$$\sum_{in}\dot{m} = \sum_{out}\dot{m} \to \dot{m}_۱ = \dot{m}_۲ + m_۳$$

$$\dot{m}_۱ = \rho\bar{V}_۱ A_۱ = ۱۰۰۰ \times ۸ \times \frac{\pi}{۴} \times (۰٫۳)^۲ = ۵۶۵٫۵\ \frac{kg}{s}$$

$$\dot{m}_۲ = \rho\bar{V}_۲ A_۲ = ۱۰۰۰ \times U_۲ \times \frac{\pi}{۴}(۰٫۳)^۲ = ۷۰٫۶۹\ U_۲\ \frac{kg}{s}$$

$$\dot{m}_۳ = \int_{A_۳}\rho(\vec{V}\cdot\hat{n})\, dA = \rho\int_۰^۲ ۰٫۴U_۲\frac{x}{L}(۲\pi R\, dx) = \frac{۰٫۸\pi\rho U_۲ R}{L}\int_۰^L x\, dx = \frac{۰٫۴\pi\rho U_۲ R}{L}x^۲\Big|_۰^۲$$

$$\dot{m}_۳ = \frac{۰٫۴\pi \times ۱۰۰۰ \times U_۲ \times ۰٫۱۵}{۲} \times ۲^۲ = ۳۷۷\ U_۲\ \frac{kg}{s}$$

$$۳۷۷ U_۲ + ۷۰٫۶۹ U_۲ = ۵۶۵٫۵ \to U_۲ = \frac{۵۶۵٫۵}{۴۴۷٫۷} = ۱٫۲۶۳ \ m/s$$

$$\dot m = ۳۷۷ × ۱٫۲۶۳ = ۴۷۶٫۲ \ \frac{kg}{s}$$

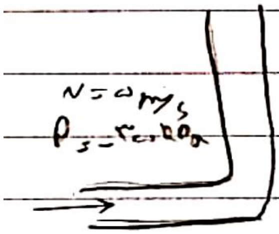
۳ـ ۳۴ :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\forall_w) = -V_۱A_۱ + V_۲A_۲ = ۰ \ , \ \frac{\partial}{\partial t}(A_t h_۱) = V_۱A_۱ + V_۲A_۲ = ۰$$

$$\to V_۱ = \frac{A_۲V_۲ + \frac{\partial}{\partial t}(A_t h_۱)}{A_۱} = \frac{\sqrt{۲gh}\,A_۲ + A_t\frac{dh_۱}{dt}}{A_۱} = \frac{\sqrt{۲×۹٫۸۱×۱} × ۰٫۰۲۵ + ۰٫۱ × ۰٫۰۱}{۰٫۰۲}$$

$$= ۵٫۶ \ m/s$$

سوال ۴۵ ـ ۳ :



$$\sum F_x = \sum \rho Q v$$

$$R_x - PA = \rho Q v$$

$$R_x = \left(۱۰۰۰ × ۵^۲ × \frac{\pi(۰٫۰۵)^۲}{۴}\right) + \left(-۲۵×۱۰^۳ × \frac{\pi(۰٫۰۵)^۲}{۴}\right)$$

$$R_x = -۴۹۰٫۴$$

۳ ـ ۴۴ : تمرین ۳

$$\sum \rho Q v_x = \sum F_x \to R_x = \rho v^۲ A = ۱۰۰۰ × ۰٫۱ × ۱۵^۲ = ۲۲۵۰۰ \ N$$

۳ ـ ۴۸ :

$$\sum_{CS} \rho Q v_x = \sum_{CV} F_x \qquad v_{x,۱} × (-\dot m) + v_{x,۲}(\dot m) = R_x$$

$$R_x = \dot m(v_{x,۱} - v_{x,۲}) = ۱ × [۱۰ - ۱۰\cos ۳۰] = ۱٫۳۴ N$$

$$R_y = \dot m(v_{y,۲} - v_{y,۱}) = ۱ × [۱۰\sin ۳۰° - ۰] = ۵ N$$

$$W = mg = ۱ × ۹٫۸۱ = ۹٫۸ N > R_y \qquad \frac{F_f}{F_N} = \frac{F_f}{R_y + W}$$

$$۰٫۱ = \frac{F_f}{۵ + ۹٫۸} \to F_f = ۱٫۴۸ N > R_x$$

سوال ۵۳ـ۳:

$\sum F_{CV} = \sum_{CS} \rho Q v$

$R_x = \underset{\text{ورودی}}{-\rho Q v_0} + \underset{\text{خروجی}}{\rho \frac{Q}{۲}(-v_0)} + \underset{\text{خروجی}}{\rho \frac{Q}{۲}(-v_0)}$

$R_x = -۲\rho Q v_0 \Rightarrow$ R_x را مثبت در نظر گرفته $\xRightarrow[\text{در نتیجه}]{} R_x = ۲\rho Q v_0$

سوال ۴۲ـ۳:

چون دبی در حال افزایش = جریان ناپایدار / حجم کنترل ثابت

$\frac{\partial}{\partial t}\int_{CV} \rho v_x \, d\forall + \int_{CS} v_x \rho(\vec{v}\cdot\vec{n})\, dA = \sum F_x$

$\rho \frac{\partial}{\partial t}(v_۱\forall_۱ + v_۲\forall_۲) + \rho(-v_۱ Q + v_۲ Q) = P_۱A_۱ - P_۲A_۲ - R_x$

$R_x = P_۱A_۱ - P_۲A_۲ - \rho\left(\forall_۱ \frac{dv_۱}{dt} + \forall_۲ \frac{dv_۲}{dt}\right) - \rho Q(v_۲ - v_۱)$

$\forall_۱ = A_۱ L_۱ = \frac{\pi}{۴}(۰٫۱)^۲(۳) = ۰٫۰۲۳۴ \ m^۳ \Rightarrow \forall_۲ = ۰٫۱۸۸۵ \ m^۳$

$\frac{dv_۱}{dt} = \frac{۱}{A_۱}\frac{dQ}{dt} = \frac{۱}{\pi(۰٫۱)^۲/۴}(۰٫۰۰۰۳۲) = ۰٫۴۰۷ \ m/s^۲$ $\qquad \frac{dv_۲}{dt} = ۰٫۱۰۲ \ m/s^۲$

$Q = A_۱ v_۱ = \frac{\pi}{۴}(۰٫۱)^۲(۳) \rightarrow Q = ۰٫۰۲۳۴ \ m^۳/s$

$A_۱ v_۱ = A_۲ v_۲ \qquad ۰٫۰۲۳۴ = \frac{\pi}{۴}(۰٫۲)^۲ v_۲ \Rightarrow v_۲ = ۰٫۷۵ \ m/s$

$R_x = (۷۰۰۰۰ \ P_a)\left[\frac{\pi}{۴}(۰٫۱)^۲\right] - ۰ - (۱۰۰۰)\Big[(۰٫۰۲۳۴)(۰٫۴۰۷)$

$+ (۰٫۱۸۸۵)(۰٫۱۰۲)\Big] - (۱۰۰۰)(۰٫۰۲۳۴)\left[(۰٫۷۵) - (۳)\right]$

$R_x \Rightarrow (۵۴۹٫۸) - (۲۸٫۸) + (۵۳٫۱) = \boxed{۵۷۴ N} \ R_x$

۳-۶۶ :

$$\sum_{cv} R_x = \sum_{cs} \rho Q V_x \rightarrow R_x = V_x \times \rho \times A \times V = A_j \times V_j \times \rho (V_j - V_0)$$

$$\rightarrow A_j \times V_j \times \rho \times (V_j - V_0)$$

گزینه ۲

سوال (3-71

$$T_{shaft} = \dot{m}\, r\, V_{\theta,r} = \dot{m}\, r\, V_r \cos\theta = \frac{\dot{m}^۲ \cdot r \cos\theta}{۲\rho A}$$

$$\cos\theta = \frac{۲\rho\, T_{shaft} (\pi D_n^۲/۴)}{\dot{m}^۲ r}$$

$$\Rightarrow \arccos \frac{۲\times ۱۰۰۰ (۱۵ \times ۰/۰۸)(\pi \times ۰/۰۰۸^۲/۴)}{۰/۹^۲ \times ۰/۱۴} = ۲۱/۴$$

$$\Rightarrow \theta = ۲۱/۴^\circ$$