۱.۳.۳ ← دارای سه مولفه پس سه بعدی و دارای متغیر t است که یعنی غیر ماندگار می‌باشد

الف) ۱.۹.

$$\sqrt{\frac{FL^{-2}/FL^{-4}T^{2}}{1+\frac{FL^{-2}}{FL^{-2}}\frac{L}{L}}} \doteq \sqrt{L^{2}T^{-2}} \doteq LT^{-1} \quad \checkmark \quad \text{همگن}$$

ب)

$$(FL^{-2}T)(L)(LT^{-1}) \doteq F \quad \checkmark \quad \text{همگن}$$

۱.۱۱.

$$\left\{L+\frac{(FL^{-2})+\overbrace{(FL^{-2})}^{L}}{FL^{-3}}\right\}-\left\{\left[L+\frac{(FL^{-2})+\overbrace{(FL^{-2})}^{L}}{FL^{-3}}\right]^{2}-\frac{(FL^{-2})\overbrace{(L)}^{L^{2}}}{FL^{-3}}\right\}^{1/2}$$

$$\doteq L-(L^{2})^{1/2} \doteq L \quad \checkmark \quad \text{همگن}$$

۱ - ۱۴، مع، ۸۱ مقدار دبی عبوری سیال از یک روزنه، Q (حجم در زمان)، به چگالی سیال، ρ، قطر روزنه، d و اختلاف فشار، Δp، بستگی دارد. با استفاده از تحلیل ابعادی نشان دهید که رابطه‌ی دبی با کدام گزینه برابر است؟ (k ضریب بدون بعد است)

۱) $Q=\frac{k}{d}\frac{\Delta p}{\rho}$ ۲) $Q=kd^{2}\frac{\Delta p}{\rho}$ ۳) $Q=\frac{k}{d}\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}}$ ۴) $Q=kd^{2}\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}}$

پاسخ:

گزینه‌ی (۴). با استفاده از جدول (۱-۱) ابعاد ترم‌های مختلف و دو طرف رابطه‌های بالا به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$Q \doteq L^{3}T^{-1} \quad ; \quad d \doteq L \quad ; \quad \Delta p \doteq FL^{-2} \quad ; \quad \rho \doteq FL^{-4}T^{2}$$

$$Q=\frac{k}{d}\frac{\Delta p}{\rho} \quad ; \quad \left(L^{3}T^{-1}\right) \doteq \frac{1}{(L)}\frac{\left(FL^{-2}\right)}{\left(FL^{-4}T^{2}\right)} \quad ; \quad L^{3}T^{-1} \doteq \frac{1}{(L)}\left(L^{2}\right)\left(T^{-2}\right) \neq LT^{-2}$$

$$Q=kd^{2}\frac{\Delta p}{\rho} \quad ; \quad \left(L^{3}T^{-1}\right) \doteq (L)^{2}\frac{\left(FL^{-2}\right)}{\left(FL^{-4}T^{2}\right)} \quad ; \quad L^{3}T^{-1} \doteq \left(L^{2}\right)\left(L^{2}T^{-2}\right) \neq L^{4}T^{-2}$$

$$Q=\frac{k}{d}\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}} \quad ; \quad \left(L^{3}T^{-1}\right) \doteq \frac{1}{(L)}\left[\frac{\left(FL^{-2}\right)}{\left(FL^{-4}T^{2}\right)}\right]^{1/2} \quad ; \quad L^{3}T^{-1} \doteq \frac{1}{(L)}\left[(L)\left(T^{-1}\right)\right] \neq T^{-1}$$

$$Q=kd^{2}\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}} \quad ; \quad \left(L^{3}T^{-1}\right) \doteq (L)^{2}\left[\frac{\left(FL^{-2}\right)}{\left(FL^{-4}T^{2}\right)}\right]^{1/2} \quad ; \quad L^{3}T^{-1} \doteq \left(L^{2}\right)\left[(L)\left(T^{-1}\right)\right] = L^{3}T^{-1}$$

۱۰. ۱۹. هرچندی می‌تواند داشته باشد

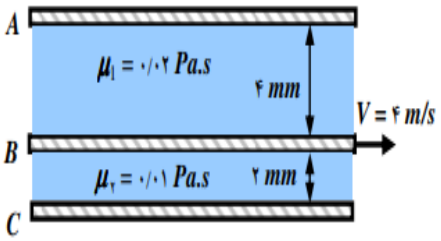
$$\frac{\partial^2\phi}{\partial r^2} \doteq \frac{L\phi}{L^2} \doteq \phi L^{-1} \quad / \quad \frac{\partial\phi}{\partial r} \doteq \phi L^{-1}$$

۱۰. ۲۹.

$$\frac{P_1 \forall_1}{T_1} = \frac{P_2 \forall_2}{T_2} \rightarrow \frac{210+100}{25+273} = \frac{P_2}{50+273} \rightarrow P_2 = 336 \ KPa$$

$$\left.\begin{array}{l} P = \rho RT \\ \rho = \frac{m}{\forall} \end{array}\right\} \rightarrow m = \frac{P\forall}{RT} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} m_1 = \frac{310 \times 0.025}{0.2 \times 298} = 0.13 \\ m_2 = \frac{310 \times 0.025}{0.2 \times 323} = 0.1199 \end{array}\right\} \rightarrow \Delta m = 0.0101$$

۱ - ۳۴، م ک، ۸۶ مطابق شکل زیر بین صفحات A، B و C سیالاتی با لزجت‌های نشان داده شده در روی شکل وجود دارد. در صورتی که صفحه‌ی B با سرعت ۴ متر در ثانیه حرکت کند، تنش برشی اعمال شده بر صفحات A و B را به‌ترتیب بر حسب نیوتن بر مترمربع محاسبه کنید.



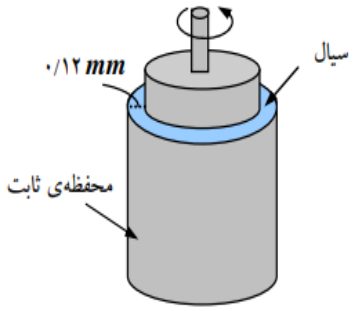
۱) ۱۰ و ۱۰ ۲) ۲۰ و ۱۰ ۳) ۱۰ و ۲۰ ۴) ۲۰ و ۲۰

پاسخ:

گزینه‌ی (۴). فرض می‌شود که توزیع سرعت بین دو صفحه خطی است و لذا تنش برشی در سیال بین دو صفحه‌ی A و B ثابت است. مقدار تنش برشی بر صفحه A، τ_A، و تنش برشی بر صفحه‌ی B، τ_B، با استفاده از رابطه‌ی (۱-۱۹) به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$\tau_A = \tau_B = \mu_1 \frac{du_1}{dy_1} = \mu_1 \frac{\Delta u_1}{\Delta y_1} = (0.02\,Pa.s)\frac{(4\,m/s)-0}{0.004\,m} = 20 \quad Pa$$

۱-۴۰ لزجت سیالی مطابق شکل توسط دستگاه ویسکومتر که از دو استوانه‌ی هم محور با طول $0.75\ m$ تشکیل شده است، اندازه‌گیری می‌شود. قطر استوانه‌ی داخلی $150\ mm$ و ضخامت فضای بین دو استوانه $1/2\ mm$ است. چنانچه استوانه‌ی داخلی با سرعت ۲۰۰ دور بر دقیقه بچرخد و گشتاور مورد نیاز برای چرخش آن $0.8\ N.m$ باشد، لزجت سیال را بدست آورید.

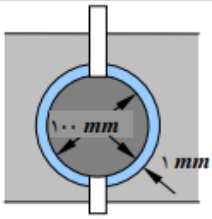


پاسخ:

مقدار لزجت با استفاده از رابطه‌ی (۱-۲۴) به‌صورت زیر بدست می‌آید:

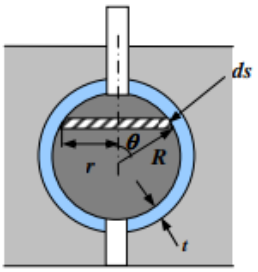
$$T=\mu\frac{4\pi^2R^3\dot{n}L}{t}\quad;\quad \mu=\frac{Tt}{4\pi^2R^3\dot{n}L}=\frac{(0.8N.m)(0.0012m)}{4\pi^2(0.075m)^3\left(\frac{200}{60}1/s\right)(0.75m)}=\underline{\underline{2.3\times10^{-2}\quad Pa.s}}$$

۱-۴۶ یک کره به قطر $100\ mm$ درون یک کره دیگر که کمی بزرگ‌تر از آن است، قرار دارد. فضای بین دو کره با روغن به لزجت $0.036\ Pa.s$ پر شده است. گشتاور مورد نیاز برای چرخاندن کره‌ی داخلی با سرعت ۱۰ دور بر دقیقه چقدر است؟



پاسخ:

چون مقدارتنش برشی بر روی سطح کره متغیر است، با انتخاب المانی به شعاع r و ضخامت ds مطابق شکل، مقدار گشتاور با استفاده از رابطه‌ی (۱-۲۳) به‌صورت زیر بدست می‌آید:



$$\begin{cases}dT=rdF=r(\tau dA)\\ r=R\sin\theta\\ \tau=\mu\frac{du}{dr}=\mu\frac{V}{\Delta r}=\mu\frac{\omega R\sin\theta}{t}\\ dA=2\pi r(ds)=2\pi R\sin\theta(Rd\theta)=2\pi R^2\sin\theta d\theta\end{cases}$$

$$dT=(R\sin\theta)\left(\mu\frac{\omega R\sin\theta}{t}\right)\left(2\pi R^2\sin\theta d\theta\right)=\frac{2\pi\mu\omega R^4}{t}\sin^3\theta d\theta$$

$$T=\frac{2\pi\mu\omega R^4}{t}\int_0^{\pi}\sin^3\theta d\theta=\frac{2\pi\mu\omega R^4}{t}\left[-\frac{1}{3}\cos\theta\left(\sin^2\theta+2\right)\right]_0^{\pi}$$

$$T=\frac{2\pi\mu\omega R^4}{t}\int_0^{\pi}\sin^3\theta d\theta=\frac{2\pi\mu\omega R^4}{t}\left[-\frac{1}{3}\cos\theta\left(\sin^2\theta+2\right)\right]_0^{\pi}$$

$$T=\frac{2\pi(0.036Pa.s)\left[(10rev/min)(2\pi rad)/(60min/s)\right](0.05m)^4}{0.001m}\left\{\left[-\frac{1}{3}\overset{-1}{(\cos\pi)}\left(\overset{0}{\sin^2\pi}+2\right)\right]-\left[-\frac{1}{3}\overset{1}{(\cos 0)}\left(\overset{0}{\sin^2 0}+2\right)\right]\right\}$$

$$\underline{\underline{T=1.97\times10^{-3}\quad N.m}}$$

$$\rho_1 = \frac{m_1}{V_1} \longrightarrow 1000 = \frac{450}{V_1} \longrightarrow V_1 = 0.45\ m^3$$ .51.1

$$E_v = \frac{dP}{d\rho/\rho} \longrightarrow 2.06\times10^9 = \frac{70\times10^6}{(\rho_2 - 1000)/1000} \longrightarrow \rho_2 = 1033.98$$

$$V_2 = 1.01\, V_1 = 0.4545$$

$$\rho_2 = \frac{m_2}{V_2} \longrightarrow 1038.98 = \frac{m_2}{0.4545} \longrightarrow m_2 = 469.9 \qquad \Delta m = 19.9$$

۵۸-۱ گاز طبیعی در دمای $20^\circ C$ و فشار آتمسفر $103.3\ kPa$ در یک فرآیند هم‌رفت تحت فشار قرار می‌گیرد تا فشار نهایی آن به $155\ kPa$ می‌رسد. در صورتی که ثابت گاز برابر $5/18\times10^2\ J/(kg.K)$ و $k = 1/31$ باشد، مقدار چگالی و درجه‌حرارت گاز را در شرایط نهایی بدست آورید.

پاسخ:

مقدار چگالی گاز در شرایط اولیه و فشار نهایی در فرآیند هم‌رفت با استفاده از رابطه‌ی (۱-۲۹) به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$\rho_1 = \frac{p_1}{RT_1} = \frac{101.3\times10^3\ Pa}{\left[5.18\times10^2\ J/(kg.K)\right](20+273)\,K} \quad ; \quad \rho_1 = 0.667\ kg/m^3$$

$$\frac{p}{\rho^k} = cte \quad ; \quad \frac{p_1}{\rho_1^k} = \frac{p_2}{\rho_2^k} \quad ; \quad \rho_2 = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1/k} \rho_1 = \left[\frac{(155\,kPa)}{(101.3\,kPa)}\right]^{1/1.31} \left(0.667\ kg/m^3\right) = \underline{0.923\ \ kg/m^3}$$

مقدار درجه حرارت نهایی از رابطه‌ی (۱-۲۸) به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$T_2 = \frac{p_2}{\rho_2 R} = \frac{155\times10^3\ Pa}{\left(0.677\ kg/m^3\right)\left[5.18\times10^2\ J/(kg.K)\right]} = 442\,K \quad ; \quad T_2 = (442\,K) - 273 = \underline{169^\circ C}$$

۱-۶۸ تیغ صورت‌تراشی به‌صورت افقی بر روی سطح آب قرار گرفته است. چنانچه نیروی کشش سطحی در راستای نشان داده شده در شکل باشد و جرم تیغ صورت‌تراشی $۰/۶۴\times۱۰^{-۳}\ kg$ باشد، زاویه‌ی θ چقدر است؟ طول کل تماس تیغ صورت تراشی با آب نیز $۲۰۶\ mm$ و دمای آب $۲۰^{\circ}C$ است.

پاسخ:

مقدار کشش سطحی آب در دمای $۲۰^{\circ}C$ از جدول (۱-۶) برابر $۰/۰۷۳\ N/m$ بدست می‌آید. زاویه‌ی θ مایع با استفاده از رابطه‌ی تعادل در جهت قایم به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$W = F_{\sigma} \quad ; \quad mg = \sigma L \sin\theta \quad ; \quad \theta = \cos^{-1}\left(\frac{mg}{\sigma L}\right) = \cos^{-1}\left[\frac{\left(0.64\times10^{-3}\,kg\right)\left(9.81\,m/s^{2}\right)}{\left(0.073\,N/m\right)\left(0.206\,m\right)}\right]$$

$$\theta = 24.7^{\circ}$$