۳-۷ توزیع فشار اندازه‌گیری شده در طول لوله‌ی افقی به قطر $D = 50\ mm$ مطابق جدول زیر است. طول تقریبی ناحیه‌ی ورودی چقدر است؟ در ناحیه‌ی کاملاً توسعه‌یافته‌ی جریان، تنش برشی دیواره را محاسبه کنید.

فاصله از ابتدای لوله، x $(\pm 0.01\ m)$	۰	۰٫۵	۱	۱٫۵	۲	۲٫۵	۳	۳٫۵	۴	۴٫۵	۵
فشار، p، $(\pm 5\ mm\ H_2O)$	۵۲۰	۴۲۷	۳۵۱	۲۸۸	۲۳۶	۱۸۸	۱۴۵	۱۰۹	۷۳	۳۶	۰

پاسخ:

در ناحیه‌ی کاملاً توسعه‌یافته مقدار افت فشار در واحد طول (گرادیان فشار) ثابت است [رابطه‌ی (۷-۵)]. با محاسبه‌ی افت فشار طبق جدول زیر می‌توان محلی را که ناحیه‌ی کاملاً توسعه‌یافته شروع می‌شود، به‌دست آورد. با درنظر گرفتن خطای اندازه‌گیری، از نتایج محاسبات در جدول زیر مشاهده می‌شود که بعد از $\ell > 3.0\ m$، مقدار گرادیان فشار ثابت و تقریبا برابر $۷۲\ mm\ H_2O$ است و لذا، طول تقریبی ناحیه‌ی ورودی $\ell_e = ۳٫۰\ m$ است. تنش برشی دیواره در این ناحیه از رابطه‌ی (۷-۵) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\Delta p = \frac{4\ell}{D}\tau_0 \quad ; \quad \tau_0 = \frac{\Delta p}{\ell}\frac{D}{4} = \left[\frac{(72\ mm\ H_2O)}{(1000\ m/mm)}\left(9810\ N/m^3\right)\right]\frac{(0.05\ m)}{4} \quad ; \quad \tau_0 = 8.83\ \ Pa$$

ℓ (m)	p $(mm\ H_2O)$	$\Delta\ell$ (m)	Δp $(mm\ H_2O)$	$\Delta p/\Delta\ell$ $(mm\ H_2O/m)$
۰	۵۲۰			
		۰٫۵	-۹۳	-۱۸۶
۰٫۵	۴۲۷			
		۰٫۵	-۷۶	-۱۵۲
۱٫۰	۳۵۱			
		۰٫۵	-۶۳	-۱۲۶
۱٫۵	۲۸۸			
		۰٫۵	-۵۲	-۱۰۴
۲٫۰	۲۳۶			
		۰٫۵	-۴۸	-۹۶
۲٫۵	۱۸۸			
		۰٫۵	-۴۳	-۸۶
۳٫۰	۱۴۵			
		۰٫۵	-۳۶	-۷۲
۳٫۵	۱۰۹			
		۰٫۵	-۳۶	-۷۲
۴٫۰	۷۳			
		۰٫۵	-۳۷	-۷۴
۴٫۵	۳۶			
		۰٫۵	-۳۶	-۷۲
۵٫۰	۰			

۷-۹) نرسد

$D = ۹۰\ cm$

$L = ۱۵\ m$ $\rightarrow \Delta p = \frac{۴L}{D}\tau_0 \rightarrow \tau_0 = \frac{\Delta p \times D}{۴L}$

$\Delta p = ۷۰\ kPa$

$\rightarrow \tau_0 = \frac{۷۰ \times ۱۰^{۳} \times ۹۰ \times ۱۰^{-۲}}{۴ \times ۱۵} = ۷۰۰\ Pa$

(۷-۱۶ تمرین ۲)

$\nu = 3 \times 10^{-6} \frac{m^2}{s}$

$D = 35\ cm$

$v = 2.3\ \frac{m}{s}$

$L = 100\ m$

$\rightarrow h_l = \frac{32 \nu v L}{g D^2} = \frac{32 \times 3 \times 10^{-6} \times 2.3 \times 100}{9.806 \times (35 \times 10^{-2})^2}$

$\rightarrow h_l = 3.33$

۲۰-۷ سیالی با سرعت متوسط $0.1\ m/s$ در لوله‌ای صاف به قطر $10\ mm$ جریان دارد. چنانچه لزجت سیال $10^{-2}\ N.s/m^2$ و چگالی آن $800\ kg/m^3$ باشد، مقدار حداکثر سرعت، ضریب اصطکاک و تنش برشی در فاصله‌ی $2.5\ mm$ از خط مرکزی لوله را محاسبه کنید.

پاسخ:

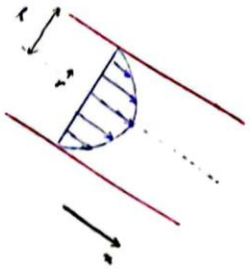
عدد رینولدز [رابطه‌ی (۷-۱)]، حداکثر سرعت [رابطه‌ی (۷-۸)]، ضریب اصطکاک [رابطه‌ی (۷-۹)] و از آنجا تنش برشی در فاصله‌ی $2.5\ mm$ با استفاده از رابطه‌ی (۷-۷) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{\left(800\ kg/m^3\right)\left(0.1\ m/s\right)\left(0.010\ m\right)}{\left(10^{-2}\ Pa.s\right)} \quad ; \quad Re = 80 < 2100 \qquad \text{جریان آرام}$$

$$V_c = 2V = 2\left(0.1\ m/s\right) \quad ; \quad \underline{\underline{V_c = 0.2 \quad m/s}} \quad ; \quad f = \frac{64}{Re} = \frac{64}{80} \quad ; \quad \underline{\underline{f = 0.8}}$$

$$\tau = -\mu \frac{du}{dr} = -\mu \frac{d}{dr}\left\{V_c\left[1 - \left(\frac{2r}{D}\right)^2\right]\right\} = \frac{8\mu V_c}{D^2} r \quad ; \quad \tau_{r=2.5\,mm} = \frac{8\left(10^{-2}\ Pa.s\right)\left(0.2\ m/s\right)}{\left(0.010\ m\right)^2}\left(0.0025\ m\right) = \underline{0.4 \quad Pa}$$

24-7



$$\bar{v} = \frac{1}{A}\int v_n \, dA$$

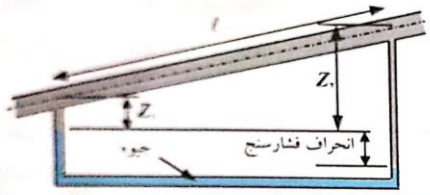
$$\bar{v} = \frac{1}{\pi R^2}\int_0^R u_{max}\left[1-\left[\frac{r}{R}\right]^2\right] \times 2\pi r \, dr$$

$$\bar{v} = 2\,v_{max}\left[\frac{1}{2}R^4 - \frac{1}{4}R^4\right] \Rightarrow \bar{v} = \frac{v_{max}}{2}$$

$$\Sigma F_x = 0 \qquad \bar{v} = \frac{v_{max}}{2} = \frac{[\Delta p - \gamma \ell \sin\theta]\times D^2}{32\mu\ell}$$

$$v_{max} = \frac{\gamma \ell \sin\theta\, D^2}{16\mu\ell} \quad , \quad D = 2R \Rightarrow v_{max} = \frac{\gamma \sin\theta\, R^2}{4\mu}$$

۲۹-۷ روغن ($SG = ۰/۸$) در یک لوله به قطر $۵۰\ mm$ و با سرعت $۱/۲\ m/s$ جریان دارد. چنانچه $\ell = ۱۰\ m$، $Z_۱ = ۱\ m$، $Z_۲ = ۲\ m$ و انحراف فشارسنج $۰/۱\ m$ باشد، جهت جریان در لوله، ضریب اصطکاک f و لزجت روغن را تعیین کنید.



پاسخ:

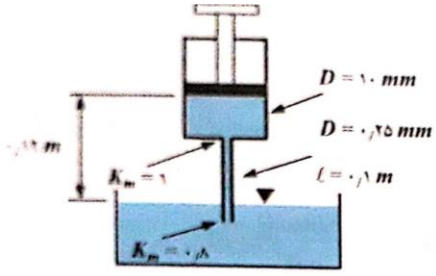
سطح جیوه در ساقه‌ی راست مانومتر پایین‌تر است و لذا $p_۲ > p_۱$ است. همچنین، $Z_۲ > Z_۱$ است. اگر جریان کاملاً توسعه‌یافته در لوله برقرار باشد، مقدار کل انرژی در مقطع (۲) بیش‌تر از مقدار انرژی در مقطع (۱) است و در نتیجه جهت جریان به‌سمت پایین (از راست به چپ) است. با استفاده از قانون هیدرواستاتیک در مانومتر و رابطه‌ی (۷-۱۰)، ضریب اصطکاک به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$p_2 + \gamma_{oil}(Z_2 + x) - \gamma_{hg}x - \gamma_{oil}Z_1 = p_1 \quad ; \quad \frac{p_1 - p_2}{\gamma_{oil}} - \Delta Z = \frac{\Delta p}{\gamma_{oil}} - \Delta Z = h_f = x\left(\frac{\gamma_{hg} - \gamma_{oil}}{\gamma_{oil}}\right)$$

$$h_f = x\left(\frac{SG_{hg} - SG_{oil}}{SG_{oil}}\right) = (0.1\,m)\left[\frac{(13.6)-(0.8)}{(0.8)}\right] \quad ; \quad h_f = 1.59\,m$$

$$h_f = f\frac{\ell}{D}\frac{V^2}{2g} = 1.59\,m \quad ; \quad f = h_f\frac{D}{\ell}\frac{2g}{V^2} = (1.59\,m)\frac{(0.05\,m)}{(10\,m)}\frac{2\left(9.81\,m/s^2\right)}{(1.2\,m/s)^2} \quad ; \quad \underline{f = 0.108}$$

۳۲-۷ مایعی با چگالی نسبی $SG = ۰/۹۶$، لزجت دینامیکی $\mu = ۹/۲\times۱۰^{-۴}\ Pa.s$ و فشار بخار $۱/۲\times۱۰^{۴}\ Pa$ از مخزنی به داخل سرنگ کشیده می‌شود. مقدار حداکثر دبی برای اینکه در سرنگ خلأزایی اتفاق نیفتد، چقدر است؟



پاسخ:

باتوجه به شرایط مسأله می‌توان از هد سرعت سطح دو مخزن صرف‌نظر کرد و مقدار فشار مقطع (۱) را فشار آتمسفر ($۱۰۱۳۳۰\ Pa$) درنظر گرفت. به‌علت مکش مایع توسط سرنگ، فشار در مقطع (۲) کاهش می‌یابد. مقدار دبی حداکثر به‌شرطی به‌دست می‌آید که در مقطع (۲) خلأزایی اتفاق نیفتد، یعنی اینکه فشار تا فشار بخار مایع کاهش یابد. رابطه‌ی هد انرژی [رابطه‌ی (۷-۱۲)] با استفاده از رابطه‌ی (۷- ۲۳) برای حجم کنترل شامل آب در مخزن و سرنگ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{p_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1=\frac{p_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2+h_L \qquad \left[h_L=\left(f\frac{\ell}{D}+\sum_{i=1}^{2}K_{m_i}\right)\frac{V^2}{2g}\right]$$

$$\frac{(101330\ Pa)}{(0.96)\left(9810\ N/m^3\right)}+0+0=\frac{\left(1.2\times10^4\ Pa\right)}{(0.96)\left(9810\ N/m^3\right)}+0+(0.12\ m)+\left[f\frac{(0.1\ m)}{(0.00025\ m)}+(0.8)+(1)\right]\frac{V^2}{2\left(9.81\ m/s^2\right)}$$

$$(f+0.0045)V^2=0.459 \qquad (1)$$

به علت قطر کم لوله و دبی کم می‌توان انتظار داشت که جریان آرام برقرار است. از رابطه‌ی (۷-۱۵) ضریب اصطکاک برای جریان آرام کاملاً توسعه‌یافته، مقدار سرعت از رابطه‌ی (۲) و دبی جریان به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$f=\frac{64}{Re}=\frac{64\mu}{\rho VD}=\frac{64\left(9.2\times10^{-4}\ Pa.s\right)}{(0.96)\left(1000\ kg/m^3\right)V(0.00025\ m)} \quad ; \quad f=\frac{0.245}{V}$$

$$\left(\frac{0.245}{V}+0.0045\right)V^2=0.459 \quad ; \quad V^2+54.44V-102=0 \quad ; \quad V=1.81\ m/s$$

$$Q=VA=(1.81\ m/s)\left[\frac{\pi}{4}(0.00025\ m)^2\right] \quad ; \quad \underline{\underline{Q=8.89\times10^{-8}\ \ m^3/s}}$$

حال باید کنترل کرد که جریان آرام برقرار است.

$$Re=\frac{\rho VD}{\mu}=\frac{(0.96)\left(1000\ kg/m^3\right)(1.81\ m/s)(0.00025\ m)}{\left(9.2\times10^{-4}\ Pa.s\right)} \quad ; \quad Re=472<2100$$

جریان آرام

۳۶-۷

در جریان‌های درهم، تأثیر زبری دیواره‌های لوله تابع کدام پارامترها می‌باشد؟

۱) تنش برشی و عدد رینولدز و زبری لوله
۲) کشش سطحی و تنش برشی و زبری لوله
۳) عدد رینولدز و کشش سطحی و زبری دیواره‌ی لوله
۴) زبری نسبی دیواره و عدد رینولدز

پاسخ:

گزینه‌ی (۴). شکل (۷-۱) و یا رابطه‌ی (۷-۱۹) برای جریان آشفته‌ی کاملاً توسعه‌یافته در لوله صادق است.

۴۱-۷

اگر در جریان آرام و نیز توربولنت در داخل لوله هر دو تنش برشی روی دیواره برابر فرض شود، نسبت گرادیان فشار جریان آرام به جریان توربولنت کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۲۵

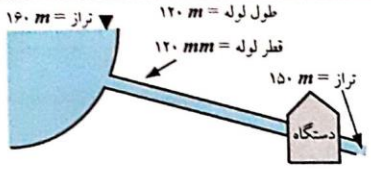
پاسخ:

گزینه‌ی (۱). رابطه‌ی (۷-۵) که برای جریان‌های آرام و آشفته کاملاً توسعه‌یافته صادق است به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{\Delta p}{\ell}=\frac{4\tau_0}{D} \quad ; \quad \Delta p=\frac{4\ell}{D}\tau_0$$

اگر برای دو رژیم جریان، تنش برشی دیواره در لوله برابر باشد، نسبت گرادیان فشار برابر ۱ خواهد بود.

۴۸-۷



آب توسط لوله‌ی فولادی با طول $120\ m$ و با دبی $0.11\ m^3/s$ از دریاچه‌ای به سمت پایین‌دست منتقل می‌شود و در انتهای لوله به‌صورت جت آزاد خارج می‌شود. بر سر راه لوله وسیله‌ای قرار دارد. باتوجه به مشخصات داده شده، آیا این وسیله یک پمپ یا یک توربین است؟ توان وسیله را به‌دست آورید. از افت‌های موضعی صرف‌نظر کنید.

پاسخ:

این مسأله‌ی تیپ (۱) است. از دبی داده شده، مقدار سرعت $V=Q/A=9.73\ m/s$ به‌دست می‌آید. رابطه‌ی هد انرژی [رابطه‌ی (۷-۱۲)] برای حجم کنترل شامل آب بین سطح مخزن [مقطع (۱)] و خروجی لوله [مقطع (۲)] با استفاده از رابطه‌ی (۷-۲۳) به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{p_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1+h_d=\frac{p_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2+h_f \quad ; \quad 0+0+(160\,m)+h_d=0+\frac{V^2}{2g}+(150\,m)+f\frac{(120\,m)}{(0.12\,m)}\frac{V^2}{2g}$$

$$h_d=\frac{V^2}{2g}(1+1000f)-10 \qquad (1)$$

که در آن h_d هد پمپ یا توربین است. مقدار زبری لوله‌ی فولادی و مقدار f از شکل (۷-۱) و از آنجا هد پمپ از رابطه‌ی (۱) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

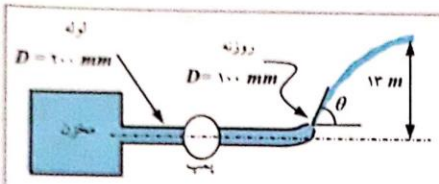
$$\begin{cases}\dfrac{\varepsilon}{D}=\dfrac{(0.045\,mm)}{(120\,mm)}=0.00038\\ Re=\dfrac{VD}{\upsilon}=\dfrac{(9.73\,m/s)(0.12\,m)}{(1.12\times10^{-6}\,m^2/s)}=1.04\times10^6\end{cases} \quad ; \quad f=0.016$$

$$h_d=\frac{(9.73\,m/s)^2}{2(9.81\,m/s)}\left[1+1000(0.016)\right]-10 \quad ; \quad h_d=72.03\,m$$

چون $h_d>0$ است، این دستگاه یک پمپ است. توان این پمپ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\dot{W}_p=\gamma Q h_p=(9.81\,kN/m^3)(0.11\,m^3/s)(72.03\,m) \quad ; \quad \underline{\dot{W}_p=77.7\ \ kW}$$

۵۹-۷



در یک ماشین آتش‌نشانی، مخزن آبی با فشار $70\ kPa$ وجود دارد. آب از این مخزن توسط لوله‌ای به قطر $200\ mm$ و طول $65\ m$ منتقل شده و در سر راه آن یک پمپ قرار دارد. در خروجی لوله، روزنه‌ای به قطر $100\ mm$، جریان آب را با زاویه‌ی 60° پرتاب کرده تا به پنجره‌ای در ارتفاع $13\ m$ بالاتر از تراز خروجی لوله برسد. اگر زبری نسبی لوله ۰٫۰۰۰۱ باشد، توان پمپ را به‌دست آورید. فرض کنید که تراز خروجی لوله با مخزن یکی است و از افت‌های موضعی و اصطکاک هوا صرف‌نظر کنید.

پاسخ:

این مسأله‌ی تیپ (۱) است. چون مؤلفه‌ی افقی سرعت خروجی جت ثابت می‌ماند، سرعت جت در نقطه‌ی اوج که به ارتفاع $13\ m$ قرار دارد برابر $V\cos\theta$ است که در آن V سرعت جت خروجی از روزنه است. رابطه‌ی هد انرژی [رابطه‌ی (۷-۱۲)] با صرف‌نظر کردن از افت انرژی برای حجم کنترل بین مقطع خروجی روزنه [مقطع (۳)] و مقطع اوج جت [مقطع (۴)] به‌صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{p_3}{\gamma}+\frac{V_3^2}{2g}+Z_3=\frac{p_4}{\gamma}+\frac{V_4^2}{2g}+Z_4 \quad ; \quad 0+\frac{V_3^2}{2\left(9.81 m/s^2\right)}+0=0+\frac{\left(V_3\cos 60\right)^2}{2\left(9.81 m/s^2\right)}+13 \quad ; \quad V_3=18.44\ m/s$$

رابطه‌ی پیوستگی [رابطه‌ی (۳-۱۲)] بین مقطع (۳) و مقطع لوله قبل از روزنه [مقطع (۲)] و از آنجا رابطه‌ی هد انرژی [رابطه‌ی (۷-۱۲)] برای حجم کنترل شامل آب بین مقطع (۲) و مقطع مخزن [مقطع (۱)] با استفاده از رابطه‌ی (۷-۲۳) به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$V_2A_2=V_3A_3 \quad ; \quad V_2=\frac{A_3}{A_2}V_3=\frac{D_3^2}{D_3^2}V_3=\frac{\left(100\ mm\right)^2}{\left(200\ mm\right)^2}\left(18.44\ m/s\right) \quad ; \quad V_2=4.61\ m/s$$

$$\frac{p_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1+h_p=\frac{p_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2+h_f$$

$$\frac{\left(70000\ Pa\right)}{\left(9810\ N/m^3\right)}+0+0+h_p=0+\frac{\left(18.44\ m/s\right)^2}{2\left(9.81\ m/s^2\right)}+0+f\frac{\left(65\ m\right)}{\left(0.2\ m\right)}\frac{\left(4.61\ m/s\right)^2}{2\left(9.81\ m/s^2\right)} \quad ; \quad h_p=10.20+352f \qquad (1)$$

مقدار f از شکل (۷-۱) و از آنجا هد پمپ از رابطه‌ی (۱) و توان آن به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$\begin{cases}\dfrac{\varepsilon}{D}=0.0001\\ Re=\dfrac{VD}{\upsilon}=\dfrac{\left(4.61\ m/s\right)\left(0.2\ m\right)}{\left(1.12\times10^{-6}\ m^2/s\right)}=8.2\times10^5\end{cases} \quad ; \quad f=0.0137 \quad ; \quad h_p=10.20+352\left(0.0137\right)=15.02\ m$$

$$\dot{W}_p=\gamma Qh_p=\left(9.81\ kN/m^3\right)\left[\frac{\pi}{4}\left(0.2\ m\right)^2\left(4.61\ m/s\right)\right]\left(15.02\ m\right) \quad ; \quad \dot{W}_p=21.3\ \ kW$$

سه‌شنبه
اردیبهشت
الثلاثاء ۵ شعبان ۱۴۳۸
Tuesday 2 May 2017

مسئله ۴ زینه ۷-۶۴ / $h_t = 10$

$$h_L = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

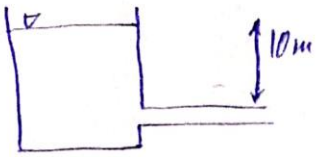
$$\rightarrow h_L = \frac{0.02 \times 10 \times v^2}{0.2 \times 2 \times 10} = (100 - 49)$$

$$\rightarrow v^2 = 100 \rightarrow v = 10 \frac{m}{s}$$

$$\rightarrow Q = v \cdot A \rightarrow Q = 10 \times \left(\frac{\pi}{4}(0.2)^2\right) = 0.314$$

$$\rightarrow \dot{W}_t = \gamma Q h_t = 9810 \times 0.314 \times 10 = 30.84 \simeq 31 \text{ kW}$$

مسئله‌ی ۲: **۷-۲۲**



$$\frac{P_0}{\gamma}+z_0+\frac{V_0^2}{2g}=\frac{P_1}{\gamma}+z_1+\frac{V_0^2}{2g}+h_L$$

$$0+10+0=0+0+\frac{V_1^2}{2\times 9.81}+\left(f\frac{l}{D}+k_m\right)\times\frac{V^2}{2g}$$

$$\frac{V_1^2}{19.62}+\left(f\times\frac{2.6}{0.026}+2\right)\times\frac{V_1^2}{19.62}-10=0 \Rightarrow \frac{V_1^2}{19.62}(1+100f+2)=10$$

$$\Rightarrow V_1=\sqrt{\left(\frac{196.2}{100f+3}\right)}$$

روش آزمون و خطا
فرض می‌کنیم $f=0.02$ $\rightarrow V_1=6.26\ m/s$

$$\begin{cases}\varepsilon/D=\dfrac{0.15\,mm}{26}=0.0058\\ Re=\dfrac{VD}{\upsilon}=\dfrac{6.26\times 0.026}{1.12\times 10^{-6}}=1.453\times 10^5\end{cases}\rightarrow \text{جریان آشفته}$$

فرض دوم ← خلاف فرض است ← $f=0.031$ ← نمودار مودی

$f=0.031 \rightarrow V_1=5.671\ m/s$

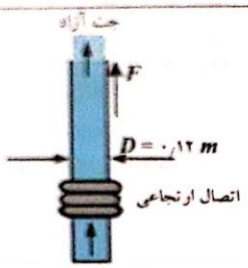
$$\begin{cases}\varepsilon/D=0.0058\\ Re=\dfrac{5.671\times 0.026}{1.12\times 10^{-6}}=1.316\times 10^5\end{cases}$$

نمودار مودی $\rightarrow f=0.033$

اختلاف کم است
می‌پذیریم ✓

$$Q=AV_1=\frac{\pi}{4}\times(0.026)^2\times 5.671 \Rightarrow Q=0.003\ m^3/s$$

۷-۸۲ آب از انتهای بالای لوله‌ی چدنی قایم به قطر $120\ mm$ به‌صورت جت آزاد خارج می‌شود. اتصال ارتجاعی نشان داده در شکل نمی‌تواند نیرویی را در جهت قایم تحمل کند ($F=0$).اگر وزن واحد طول لوله $4\ N/m$ باشد، سرعت آب در لوله چقدر باشد تا نیروی عمودی وارد بر اتصال صفر شود؟ از افت موضعی صرف‌نظر کنید.



پاسخ:

رابطه‌ی اندازه‌حرکت [رابطه‌ی (۳-۱۸)] در جهت قایم برای حجم کنترل بین مقطع اتصال [مقطع (۱)] و مقطع خروجی لوله [مقطع (۲)] به طول ℓ به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\sum_{CS}\dot{m}\vec{V}=\sum_{CV}\vec{F} \quad ; \quad 0=p_1A_1+F-W_w-W_{pipe} \qquad (1)$$

شتاب در جریان کاملاً توسعه‌یافته در لوله صفر است. باتوجه به اینکه $F=0$، $W_w=\gamma A\ell$ و $W_p/\ell=4\ N/m$ است، رابطه‌ی (۱) و از آنجا رابطه‌ی هد انرژی [رابطه‌ی (۷-۱۲)] برای همان حجم کنترل با استفاده از رابطه‌ی (۷-۲۳) به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$p_1\left[\frac{\pi}{4}(0.12\,m)^2\right]+0-\gamma\left[\frac{\pi}{4}(0.12\,m)^2\right]\ell-4\ell=0 \quad ; \quad p_1=\gamma\ell+353.7\ell$$

$$\frac{p_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1=\frac{p_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2+h_f \quad ; \quad \frac{p_1}{\gamma}+\frac{V^2}{2g}+0=0+\frac{V^2}{2g}+\ell+f\frac{\ell}{D}\frac{V^2}{2g}$$

$$\gamma\ell+353.7\ell=\gamma\ell+f\frac{\ell}{D}\frac{\rho V^2}{2} \quad ; \quad 353.7\ell=f\frac{\ell}{(0.120\,m)}\frac{\left(1000\,kg/m^3\right)V^2}{2} \quad ; \quad V=\sqrt{\frac{0.08489}{f}} \qquad (2)$$

این مسأله تیپ (۲) است. رابطه‌ی (۲) با روش آزمون و خطا حل می‌شود. مقدار اولیه‌ی f برابر ۰٫۰۲ انتخاب می‌شود. رابطه‌ی (۲) و از آنجا مقدار زبری لوله‌ی چدنی و مقدار f از شکل (۷-۱) به‌صورت زیر درمی‌آید:

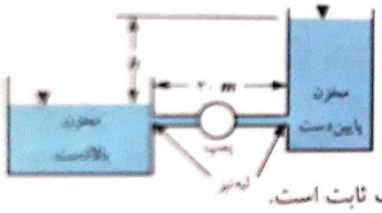
$$V=\sqrt{\frac{0.08489}{(0.02)}}=2.06\,m/s \quad ; \quad \begin{cases}\dfrac{\varepsilon}{D}=\dfrac{(0.26\,mm)}{(120\,mm)}=0.002\\ Re=\dfrac{VD}{\upsilon}=\dfrac{(2.06\,m/s)(0.12\,m)}{\left(1.12\times10^{-6}\,m^2/s\right)}=2.2\times10^5\end{cases} \quad ; \quad f=0.025$$

باز دیگر آزمون و خطا با این مقدار f به‌صورت زیر تکرار می‌گردد (مقدار زبری نسبی برابر حالت قبلی است):

$$V=\sqrt{\frac{0.08489}{(0.025)}}=1.84\,m/s \quad ; \quad Re=\frac{(1.88\,m/s)(0.12\,m)}{\left(1.12\times10^{-6}\,m^2/s\right)}=2.0\times10^5 \quad ; \quad f=0.024$$

لذا این مقدار f صحیح است و سرعت جریان برابر $V=1/84\ m/s$ است.

۸۷-۷ آب توسط پمپی از مخزن پایین‌دست به مخزن بالادست منتقل می‌شود. رابطه‌ی بین هد و دبی پمپ به‌صورت زیر داده شده است:



$$h_p = 50\left(1-\frac{Q^2}{4}\right)$$

قطر لوله m ۰/۹۰ است و سطح آب در دو مخزن در ابتدا یکی است ($h=0$). اگر سطح مقطع مخزن پایین‌دست m^2 ۱۰۰ باشد، چه‌مدت زمانی طول می‌کشد تا اختلاف سطح آب در دو مخزن $h=40\ m$ شود؟ فرض کنید که ضریب اصطکاک $f=0/015$ است و سطح آب در مخزن بالادست ثابت است.

پاسخ:

ضریب افت برای ورودی لوله از شکل (۷-۱۵)، ۰/۵ و برای خروجی لوله از شکل (۷-۱۸)، ۱/۰ است. با فرض اینکه جریان شبه‌ماندگار است (تغییرات سطح آب بسیار کند است)، رابطه‌ی هد انرژی [رابطه‌ی (۷-۱۲)] برای حجم کنترل شامل آب بین سطح دو مخزن با استفاده از رابطه‌ی (۷-۲۳) به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{p_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1+h_p=\frac{p_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2+\left(f\frac{\ell}{D}+\sum K_m\right)\frac{V^2}{2g}$$

$$0+0+0+h_p=0+0+h+\left[(0.015)\frac{(30\,m)}{(0.9\,m)}+(0.5)+(1)\right]\frac{V^2}{2g}$$

$$h_p=h+\frac{V^2}{g}=h+\frac{Q^2}{gA^2}=h+\frac{Q^2}{\left(9.81\,m/s^2\right)\left[\pi(0.9\,m)^2/4\right]^2}=h+\frac{Q^2}{3.97} \qquad (1)$$

با درنظر گرفتن رابطه‌ی داده شده در صورت مساله، رابطه‌ی (۱) به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$h+\frac{Q^2}{3.97}=50\left(1-\frac{Q^2}{4}\right) \quad ; \quad \sqrt{50-h}=3.571Q \qquad (2)$$

حال رابطه‌ی پیوستگی [رابطه‌ی (۳-۱۲)] برای جریان شبه‌ماندگار برای مخزن پایین‌دست به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$Q=A_{tank}\frac{dh}{dt}=100\frac{dh}{dt} \qquad (3)$$

با جایگزینی رابطه‌ی (۳) در رابطه‌ی (۲) خواهیم داشت:

$$\sqrt{50-h}=3.571\left(100\frac{dh}{dt}\right) \quad ; \quad dt=357.1(50-h)^{-1/2}\,dh \quad ; \quad t=-714.2\sqrt{50-h}+C$$

باتوجه به اینکه در ابتدا ($t=0$) ارتفاع $h=0$ است، رابطه‌ی فوق به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$0=-714.2\sqrt{50-0}+C \quad ; \quad C=714.2\sqrt{50} \quad ; \quad t=714.2\left(\sqrt{50}-\sqrt{50-h}\right)=714.2\left[\sqrt{50}-\sqrt{50-(40\,m)}\right]$$

$$t=2792\ \ s$$

یکشنبه
اردیبهشت
الأحد ۱۰ شعبان ۱۴۳۸
7 May 2017 Sunday

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{v_1^2}{2g}+z_1=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{v_2^2}{2g}+z_2+h_L \quad (V_93$$

$$\rightarrow 0+0+10=0+0+0+h_L$$

$$\rightarrow h_L=10=\left(f\frac{L}{D}+\sum k_m\right)\frac{v^2}{2g} \xrightarrow{f=0.042} v=0.489$$

$$\rightarrow 10=h_f+h_m$$

$$\rightarrow 10=\left(f\frac{L}{D}+\sum k_m\right)\frac{v^2}{2g}$$

$$\rightarrow 10-\sum k_m\left(\frac{v^2}{2g}\right)=\left(f\frac{L}{D}\right)\frac{v^2}{2g}=h_f$$

$$\rightarrow h_f=10-0.04=9.96\simeq 10$$

تست ۱

$$Q=C_V Q_{ideal}=C_V A_T\sqrt{\frac{2(P_1-P_2)}{\rho(1-\beta^4)}}=0.98\times\frac{\pi(0.02)^2}{4}\sqrt{\frac{2\times 5\times 10^3}{10^3\left(1-\left(\frac{3}{5}\right)^4\right)}}$$

$$Q=2.348\times 10^{-3}=2.35\ \frac{L}{s}$$

$$Q=VA \qquad 2.35\times 10^{-3}=V\times\frac{\pi}{4}(0.05)^2 \rightarrow V=1.2\ \frac{m}{s}$$

۱۰۰ - V