۶-۲

فرض کنید که در مسأله‌ی (۶-۴) به جای متغیر مستقل سرعت V از مؤلفه‌های آن در جهت x، V_x، و جهت y، V_y، استفاده شود. به روش فهرست‌نویسی رابطه‌ی میزان مسافت طی‌شده در صفحه‌ی افقی، R، را برحسب متغیرهای V_x، V_y و g به‌دست آورید.

پاسخ:

به‌جای متغیر مستقل V، از دو مؤلفه‌ی آن در جهت x، V_x، و جهت y، V_y، استفاده می‌شود. بنابراین، رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$R = f\left(V_x, V_y, g\right)$$

با استفاده از روش فهرست‌نویسی [بخش (۶-۲-۱)]، متغیر تابع به‌صورت حاصل‌ضرب توانی متغیرهای مستقل به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$R = f\left[\left(V_x\right)^a \left(V_y\right)^b (g)^c\right] \qquad (1)$$

با استفاده از جدول (۱-۱) فصل اول، ابعاد ترم‌های مختلف و از آنجا رابطه‌ی (۱) با استفاده از اصل همگنی ابعاد به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$R \doteq L \quad ; \quad V_x \doteq V_y \doteq LT^{-1} \quad ; \quad g \doteq LT^{-2} \quad ; \quad L_x \doteq \left(L_x T^{-1}\right)^a \left(L_y T^{-1}\right)^b \left(L_y T^{-2}\right)^c$$

$$\begin{cases} L_x : \ 1 = a \\ L_y : \ 0 = b + c \\ T : \ 0 = -a - b - 2c \end{cases} \quad ; \quad a = 1, b = 1, c = -1 \quad ; \quad R = f\left[\left(V_x\right)^1 \left(V_y\right)^1 (g)^{-1}\right] = f\left(V_x^1 V_y^1 g^{-1}\right) \quad ; \quad R = f\left(\frac{V_x V_y}{g}\right)$$

با جایگزینی $V_x = V\cos\theta$ و $V_y = V\sin\theta$، رابطه‌ی فوق به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$R = f\left[\frac{(V\cos\theta)(V\sin\theta)}{g}\right] = f\left(\frac{V^2 \sin 2\theta}{2g}\right) \quad ; \quad \underline{\underline{R = f\left(\frac{V^2 \sin 2\theta}{g}\right)}}$$

۶-۷

اگر توان لازم برای به‌حرکت درآوردن پروانه‌ی کشتی، P، تابعی از قطر پروانه، D، سرعت جریان، V، سرعت صوت در سیال، c، سرعت زاویه‌ای پروانه، ω، چگالی سیال، ρ، لزجت دینامیکی سیال، μ، باشد، متغیرهای بی‌بعد را به روش فهرست‌نویسی استخراج کنید.

پاسخ:

$$P = f(D, V, c, \omega, \rho, \mu) \quad ; \quad P = f\left(D^a V^b c^c \omega^d \rho^e \mu^f\right) \qquad (1)$$

با استفاده از جدول (۱-۱) فصل اول، ابعاد ترم‌های مختلف در رابطه‌ی (۱) به‌صورت زیر است:

$$P \doteq FLT^{-1} \quad ; \quad D \doteq L \quad ; \quad V \doteq c \doteq LT^{-1} \quad ; \quad \omega \doteq T^{-1} \quad ; \quad \rho \doteq FL^{-4}T^2 \quad ; \quad \mu \doteq FL^{-2}T$$

$$FLT^{-1} \doteq (L)^a \left(LT^{-1}\right)^b \left(LT^{-1}\right)^c \left(T^{-1}\right)^d \left(FL^{-4}T^2\right)^e \left(FL^{-2}T\right)^f$$

$$\begin{cases} F : \ 1 = e + f \\ L : \ 1 = a + b + c - 4e - 2f \\ T : \ -1 = -b - c - d + 2e + f \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} a = 2 + d - f \\ b = 3 - d - c - f \\ e = 1 - f \end{cases} \quad ; \quad P = f\left[D^{(2+d-f)} V^{(3-d-c-f)} c^c \omega^d \rho^{(1-f)} \mu^f\right]$$

$$P = \rho V^3 D^2 \left\{ f\left[\left(\frac{\rho V d}{\mu}\right)^{-f} \left(\frac{D\omega}{V}\right)^d \left(\frac{V}{c}\right)^{-c}\right]\right\} \quad ; \quad \underline{\underline{\frac{P}{\rho V^3 D^2} = f\left(\frac{\rho V d}{\mu}, \frac{D\omega}{V}, \frac{V}{c}\right)}}$$

۶-۱۰

با استفاده از روش پی- باکینگهام متغیرهای بعددار زیر را به متغیرهای بی‌بعد تبدیل کنید.

(الف) $F_D = f(V,\mu,D)$ (ب) $h = f(D,\sigma,\gamma)$ (ج) $\Delta h = f(t,\rho,D,\gamma,h)$

پاسخ:

(الف) تعداد کل متغیرها $n = 4$ است. با استفاده از جدول (۱-۱) فصل اول، ابعاد متغیرها، به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$F_D \doteq F \quad ; \quad V \doteq LT^{-1} \quad ; \quad \mu \doteq FL^{-2}T \quad ; \quad D \doteq L$$

باتوجه به تعداد ابعاد اصلی موجود در متغیرها (F، L و T)، ضریب کاهش $j = 3$ و تعداد متغیرهای بی‌بعد $n-j = 1$ [رابطه‌ی (۶-۱)] است. متغیرهای تکراری D، V و μ است. متغیر بی‌بعد با استفاده از اصل همگنی ابعاد به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\Pi_1 = F_D D^a V^b \rho^c \quad ; \quad \{\Pi_1\} \doteq \left\{(F)(L)^a\left(LT^{-1}\right)^b\left(FL^{-2}T\right)^c\right\}$$

$$\begin{cases} F: 0 = 1+c \\ L: 0 = a+b-2c \\ T: 0 = -b+c \end{cases} ; \quad \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \\ c = -1 \end{cases} ; \quad \Pi_1 = F_D D^{-1}V^{-1}\mu^{-1} \quad ; \quad \underline{\underline{\frac{F_D}{DV\mu} = C}}$$

(ب) تعداد کل متغیرها $n = 4$ است. با استفاده از جدول (۱-۱) فصل اول، ابعاد متغیرها به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$h \doteq D \doteq L \quad ; \quad \sigma \doteq FL^{-1} \quad ; \quad \gamma \doteq FL^{-3}$$

باتوجه به تعداد ابعاد اصلی موجود در متغیرها (F و L)، ضریب کاهش $j = 2$ درنظر گرفته می‌شود. بنابراین، تعداد متغیرهای بی‌بعد $n-j = 2$ خواهد بود. متغیرهای تکراری D و γ است. متغیر بی‌بعد اول با استفاده از اصل همگنی ابعاد به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\Pi_1 = hD^a\gamma^b \quad ; \quad \{\Pi_1\} \doteq \left\{(L)(L)^a\left(FL^{-3}\right)^b\right\}$$

$$\begin{cases} F: 0 = b \\ L: 0 = 1+a-3b \end{cases} ; \quad \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases} ; \quad \Pi_1 = hD^{-1}\gamma^0 \quad ; \quad \frac{h}{D} = C$$

به‌طریقی مشابه، متغیر دوم بی‌بعد و درنهایت رابطه‌ی آنها به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\Pi_2 = \sigma D^{-2}\gamma^{-1} \quad ; \quad \frac{\sigma}{D^2\gamma} = C \quad ; \quad \Pi_1 = f(\Pi_2) \quad ; \quad \underline{\underline{\frac{h}{D} = f\left(\frac{\sigma}{D^2\gamma}\right)}}$$

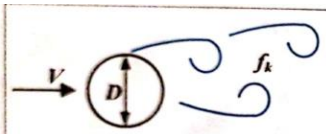
(ج) تعداد کل متغیرها $n = 6$ است. متغیرهای بی‌بعد و رابطه‌ی بین آنها مشابه روشی که در بندهای قبلی بیان شد به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\Delta h \doteq D \doteq h \doteq L \quad ; \quad t \doteq T \quad ; \quad \rho \doteq FL^{-4}T^2 \quad ; \quad \gamma \doteq FL^{-3}$$

$$\begin{cases} \Pi_1 = \Delta h D^{a_1} t^{b_1} \rho^{c_1} \\ \Pi_2 = \gamma D^{a_2} t^{b_2} \rho^{c_2} \\ \Pi_3 = h D^{a_3} t^{b_3} \rho^{c_3} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \{\Pi_1\} \doteq \left\{(L)(L)^{a_1}(T)^{b_1}\left(FL^{-4}T^2\right)^{c_1}\right\} \\ \{\Pi_2\} \doteq \left\{\left(FL^{-3}\right)(L)^{a_2}(T)^{b_2}\left(FL^{-4}T^2\right)^{c_2}\right\} \\ \{\Pi_3\} \doteq \left\{(L)(L)^{a_3}(T)^{b_3}\left(FL^{-4}T^2\right)^{c_3}\right\} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \Pi_1 = \dfrac{\Delta h}{D} \\ \Pi_2 = \dfrac{\gamma t^2}{\rho D} \\ \Pi_3 = \dfrac{h}{D} \end{cases}$$

$$\Pi_1 = f(\Pi_2,\Pi_3) \quad ; \quad \underline{\underline{\frac{\Delta h}{D} = f\left(\frac{\gamma t^2}{\rho D},\frac{h}{D}\right)}}$$

۱۵-۶ هنگامی که جریان یکنواخت به پایه‌ی استوانه‌ای‌شکل برخورد می‌کند، پشت پایه گردابه‌هایی مطابق شکل تشکیل می‌شود. چنانچه فرکانس گردابه‌ها، f_k، به سرعت جریان، V، چگالی سیال، ρ، لزجت دینامیکی سیال، μ، و قطر پایه‌ی استوانه‌ای، D، بستگی داشته باشد، با استفاده از روش پی-باکینگهام، رابطه‌ی بی‌بعد فرکانس گردابه‌ها برحسب متغیرهای دیگر را استخراج کنید.



پاسخ:

$$f_k = f(V,\rho,\mu,D)$$

تعداد کل متغیرها $n=5$ است. با استفاده از جدول (۱-۱) فصل اول، ابعاد متغیرها به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$f_k \doteq T^{-1} \quad ; \quad V \doteq LT^{-1} \quad ; \quad \rho \doteq FL^{-4}T^{2} \quad ; \quad \mu \doteq FL^{-2}T \quad ; \quad D \doteq L$$

باتوجه به تعداد ابعاد اصلی موجود در متغیرها (F، L و T)، $j=3$ و تعداد متغیرهای بی‌بعد $n-j=2$ [رابطه‌ی (۶-۱)] است. متغیرهای تکراری D، V و ρ است. متغیرهای بی‌بعد با استفاده از اصل همگنی ابعاد و رابطه‌ی آنها به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\begin{cases}\Pi_1 = f_k D^{a_1} V^{b_1} \rho^{c_1} \\ \Pi_2 = \mu D^{a_2} V^{b_2} \rho^{c_2}\end{cases} \quad ; \quad \begin{cases}\{\Pi_1\} \doteq \left\{\left(T^{-1}\right)(L)^{a_1}\left(LT^{-1}\right)^{b_1}\left(FL^{-4}T^{2}\right)^{c_1}\right\} \\ \{\Pi_2\} \doteq \left\{\left(FL^{-2}T\right)(L)^{a_2}\left(LT^{-1}\right)^{b_2}\left(FL^{-4}T^{2}\right)^{c_2}\right\}\end{cases} \quad ; \quad \begin{cases}\Pi_1 = \dfrac{f_k D}{V} \\ \Pi_2 = \dfrac{\mu}{DV\rho}\end{cases}$$

$$\Pi_1 = f(\Pi_2) \quad ; \quad \underline{\underline{\frac{f_k D}{V} = f\left(\frac{\mu}{DV\rho}\right)}}$$

۶-۲۰، م ک، ۸۴ تابع معادله‌ی ابعادی به روش پی- باکینگهام جهت ارزیابی تنش برشی بستر، τ_0، برای جریان سیالی با چگالی، ρ، لزجت، μ، و سرعت متوسط، V، در مجرایی با شعاع هیدرولیکی، R، و ارتفاع زبری، ε، به کدام صورت زیر است؟

۱) $\dfrac{\tau_0}{\rho V^2} = F\left(\dfrac{\rho VR}{\mu},\dfrac{\varepsilon}{R}\right)$

۲) $\tau_0 = F\left(Re,\dfrac{\varepsilon}{R}\right)$

۳) $\dfrac{\tau_0}{VR} = F\left(Re,\dfrac{\varepsilon}{R},\dfrac{V^2}{2g}\right)$

۴) $\tau_0 = F\left(\dfrac{\varepsilon}{R},\dfrac{V^2}{2g},\dfrac{VR}{\mu}\right)$

پاسخ:

گزینه‌ی (۱). با نگاهی دقیق به گزینه‌ها می‌توان دریافت که درگزینه‌های (۲) الی (۴) متغیرهای بعدداری در قسمت سمت چپ و یا قسمت راست وجود دارد و تنها گزینه‌ی (۱) است که کلیه‌ی متغیرهای آن بی‌بعد است.

۲۷-۶ با استفاده از روش گام‌به‌گام مسأله‌ی (۶-۱۶) را حل کنید.

پاسخ:

از صورت مسأله و جدول (۱-۱) فصل اول، رابطه‌ی بین متغیرها و مراحل حذف ابعاد اصلی به‌صورت زیر درمی‌آید [بخش (۶-۲-۳)]:

$$\frac{h}{L} = f\left(\underbrace{\omega}_{T^{-1}},\underbrace{\rho}_{FL^{-4}T^{2}},\underbrace{g}_{LT^{-2}},\frac{R}{L}\right) \quad ; \quad F: \ \frac{h}{L} = f_1\left(\underbrace{\omega}_{T^{-1}},\frac{\rho}{\rho},\underbrace{g}_{LT^{-2}},\frac{R}{L}\right) = f_1\left(\underbrace{\omega}_{T^{-1}},\underbrace{g}_{LT^{-2}},\frac{R}{L}\right)$$

$$T: \ \frac{h}{L} = f_2\left(\frac{\omega}{\omega},\underbrace{\frac{g}{\omega^2}}_{L},\frac{R}{L}\right) = f_2\left(\underbrace{\frac{g}{\omega^2}}_{L},\frac{R}{L}\right) \quad ; \quad L: \ \frac{h}{R} = f_3\left(\frac{g}{\omega^2 R},\frac{R}{R}\right) \quad ; \quad \underline{\underline{\frac{h}{R} = f_3\left(\frac{g}{\omega^2 R}\right)}}$$

۶-۳۲ چنانچه دبی جریان در واحد طول سرریز، q، تابعی از ارتفاع آب روی سرریز، H، ارتفاع سرریز، P، و شتاب ثقل، g، باشد، با استفاده از روش هانسیکر و رایت‌مایر رابطه‌ی q برحسب بقیه‌ی متغیرها را استخراج کنید.

پاسخ:

با استفاده از صورت مسأله و جدول (۱-۱) فصل اول، رابطه‌ی بین متغیرها و ابعاد آنها به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$q=f(H,P,g) \quad ; \quad q\doteq L^2T^{-1} \quad ; \quad H\doteq L \quad ; \quad H\doteq L \quad ; \quad g\doteq LT^{-2}$$

باتوجه به نکاتی که در روش پی-باکینگهام برای انتخاب متغیرهای تکراری بیان گردید، متغیرهای H و g انتخاب می‌شوند. ابعاد اصلی L و T برحسب این متغیرها و از آنجا متغیرهای باقیمانده به‌صورت زیر به‌دست می‌آید [بخش (۶-۲-۴)]:

$$\begin{cases} H\doteq L \\ g\doteq LT^{-2}\doteq HT^{-2} \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} L\doteq H \\ T\doteq\sqrt{\dfrac{H}{g}} \end{cases}$$

$$q\doteq L^2T^{-1}\doteq(H)^2\left(\sqrt{\frac{H}{g}}\right)^{-1}\doteq H^{3/2}\sqrt{g} \quad ; \quad \Pi_1=\frac{q}{H^{3/2}\sqrt{g}}$$

$$P\doteq L\doteq H \quad ; \quad \Pi_2=\frac{P}{H} \quad ; \quad \frac{q}{H^{3/2}\sqrt{g}}=f\left(\frac{P}{H}\right) \quad ; \quad \underline{\underline{q=H^{3/2}\sqrt{g}\,f\left(\frac{P}{H}\right)}}$$

۶-۳۹ اختلاف فشار بین درون و بیرون یک حباب صابون، Δp، تابعی از کشش سطحی، σ، و شعاع حباب صابون، R، است. نتایج تعدادی آزمایش با تغییر دادن شعاع حباب صابون، R و اندازه‌گیری Δp، در جدول زیر موجود است. بر اساس داده‌ها، رابطه‌ی صریح برای اختلاف فشار، Δp، به‌دست آورید. فرض شود کشش سطحی حباب صابون شبیه آب است.

$(Pa)\ \Delta p$	۵۰/۸	۶۳/۲	۷۲/۳	۱۲۶/۹
$(m)\ R$	۰/۰۶۴	۰/۰۵۱	۰/۰۴۴	۰/۰۲۵

پاسخ:

از صورت مسأله و جدول (۱-۱) فصل اول، رابطه‌ی بین متغیرها و مراحل حذف ابعاد اصلی به‌صورت زیر درمی‌آید [بخش (۶-۲-۳)]:

$$\Delta p=f(\sigma,R) \quad ; \quad \Delta p\doteq FL^{-2} \quad ; \quad \sigma\doteq FL^{-1} \quad ; \quad R\doteq L$$

$$L:\ \underbrace{\Delta pR^2}_{F}=f_1\left(\underbrace{\sigma R}_{F}\right) \quad ; \quad F:\ \Delta pR^2(\sigma R)^{-1}=f_1\left[(\sigma R)(\sigma R)^{-1}\right] \quad ; \quad \frac{\Delta pR}{\sigma}=C \qquad (1)$$

باتوجه به داده‌های مسأله، مقادیر متغیر بی‌بعد رابطه‌ی (۱) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$\Delta pR/\sigma$	۴۴/۵۳	۴۴/۱۵	۴۳/۵۸	۴۳/۵۷	۴۳/۴۶

از جدول فوق مقدار متوسط $C=$ ۴۳/۹ به‌دست می‌آید. لذا، رابطه‌ی (۱) به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{\Delta pR}{\sigma}=43.9 \quad ; \quad \underline{\underline{\Delta p=43.9\frac{\sigma}{R}}}$$

۶-۴۵ در یک مسأله‌ی خاص باید دو شرط عدد فرود و عدد وبر برای تشابه دینامیکی برقرار شوند. اگر در این مسأله مدلی با مقیاس ۱:۱۰ ساخته شود، مقیاس نیروی کشش سطحی را به‌دست آورید. مایع در مدل و نمونه‌ی اصل دارای شرایط یکسانی است.

پاسخ:

با تشابه عدد فرود در مدل و نمونه‌ی اصل نسبت سرعت‌ها به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$\left(\frac{V}{\sqrt{g\ell}}\right)_m=\left(\frac{V}{\sqrt{g\ell}}\right)_p \quad ; \quad \frac{V_p}{V_m}=\sqrt{\frac{\ell_p}{\ell_m}}=L_r^{-1/2} \qquad (1)$$

با تشابه عدد وبر در مدل و نمونه‌ی اصل و جایگزینی نسبت سرعت‌ها از رابطه‌ی (۱)، مقیاس نیروی کشش سطحی به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$\left(\frac{\rho V^2\ell}{\sigma}\right)_m=\left(\frac{\rho V^2\ell}{\sigma}\right)_p \quad ; \quad \frac{\sigma_p}{\sigma_m}=\left(\frac{V_p}{V_m}\right)^2 L_r^{-1} \quad ; \quad \frac{\sigma_p}{\sigma_m}=\left(L_r^{-1/2}\right)^2 L_r^{-1}=L_r^{-2}=\left(\frac{1}{10}\right)^{-2} \quad ; \quad \underline{\underline{\frac{\sigma_p}{\sigma_m}=100}}$$

۶-۵۰ سیال تراکم‌ناپذیری در لوله‌ای با فرکانس ۱۰ rad/s در نوسان است. مدلی با مقیاس ۱:۴ برای برآورد افت فشار در واحد طول لوله، Δp_ℓ، ساخته شده است. فرض کنید که $\Delta p_\ell = f(D, V, \omega, t, \mu, \rho)$ باشد که در آن D قطر لوله، V سرعت جریان، ω فرکانس، t زمان، μ لزجت سیال و ρ چگالی سیال است. چنانچه سیال در مدل شبیه سیال به‌کار رفته در نمونه‌ی اصل باشد، فرکانس مدل چقدر است؟

پاسخ:

با استفاده از جدول (۱-۱) فصل اول، ابعاد متغیرها به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\Delta p_\ell \doteq FL^{-3} \quad ; \quad D \doteq L \quad ; \quad V \doteq LT^{-1} \quad ; \quad \omega \doteq T^{-1} \quad ; \quad t \doteq T \quad ; \quad \mu \doteq FL^{-2}T \quad ; \quad \rho \doteq FL^{-4}T^2$$

از روش گام‌به‌گام، در هر مرحله یکی از ابعاد اصلی را به‌صورت زیر حذف می‌کنیم تا متغیرهای بی‌بعد به‌دست آید:

$$F:\ \underbrace{\frac{\Delta p_\ell}{\rho}}_{LT^{-2}}=f_1\left(\underbrace{D}_{L},\underbrace{V}_{LT^{-1}},\underbrace{\omega}_{T^{-1}},\underbrace{t}_{T},\underbrace{\frac{\mu}{\rho}}_{L^2T^{-1}}\right) \quad ; \quad L:\ \underbrace{\frac{\Delta p_\ell}{\rho D}}_{T^{-2}}=f_1\left(\underbrace{\frac{V}{D}}_{T^{-1}},\underbrace{\omega}_{T^{-1}},\underbrace{t}_{T},\underbrace{\frac{\mu}{\rho D^2}}_{T^{-1}}\right)$$

$$T:\ \frac{\Delta p_\ell}{\rho D}\left(\frac{D}{V}\right)^2=f_3\left[\frac{V}{D}\left(\frac{D}{V}\right),\omega\left(\frac{D}{V}\right),t\left(\frac{V}{D}\right),\frac{\mu}{\rho D^2}\left(\frac{D}{V}\right)\right] \quad ; \quad \frac{D\Delta p_\ell}{\rho V^2}=\phi\left(\frac{D\omega}{V},\frac{Vt}{D},\frac{\mu}{\rho VD}\right) \qquad (1)$$

بنابر اصل شبیه‌سازی، تشابه متغیر بی‌بعد سوم و چهارم از رابطه‌ی (۱) در مدل و نمونه‌ی اصل بـه‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\begin{cases}\left(\dfrac{D\omega}{V}\right)_m=\left(\dfrac{D\omega}{V}\right)_p\\[2ex]\left(\dfrac{\mu}{\rho VD}\right)_m=\left(\dfrac{\mu}{\rho VD}\right)_p\end{cases} \quad ; \quad \begin{cases}\omega_m=\dfrac{V_m}{V_p}\dfrac{D_p}{D_m}\omega_p\\[2ex]\dfrac{V_m}{V_p}=\dfrac{D_p}{D_m}\end{cases} \quad ; \quad \omega_m=\left(\frac{D_p}{D_m}\right)\frac{D_p}{D_m}\omega_p=\frac{1}{L_r^2}\omega_p$$

$$\omega_m=\frac{1}{(1/4)^2}(10\,rad/s) \quad ; \quad \underline{\underline{\omega_m=160 \quad rad/s}}$$

۶-۵۷ نیروی رانش وارد بر یک موشک ضد زیردریایی با ساخت یک نمونه‌ی کوچک‌تر با مقیاس ۱:۵ در تونل آب مطالعه می‌شود. در تونل آبی از آب شیرین با دمای $20^\circ C$ استفاده می‌شود، در حالی‌که قرار است نمونه‌ی اصل در آب دریا با دمای $15/6^\circ C$ ($\upsilon = 1/17\times10^{-6}\ m^2/s$) استفاده شود. برای شبیه‌سازی رفتار نمونه‌ی اصل با سرعت $30\,m/s$ چه میزان سرعت در تونل آبی مورد نیاز است؟

پاسخ:

لزجت سینماتیکی آب در دمای $20°C$ از جدول (پ-۳) پیوست $1{,}004\times10^{-6}\ m^2/s$ به‌دست می‌آید. سرعت جریان در مدل با استفاده از تشابه عدد رینولدز [رابطه‌ی (۶-۱۸)] به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{V_m}{V_p}=\left(\frac{\upsilon_m}{\upsilon_p}\right)\frac{1}{L_r}\quad;\quad \frac{V_m}{(30\,m/s)}=\frac{\left(1.007\times10^{-6}\,m^2/s\right)}{\left(1.17\times10^{-6}\,m^2/s\right)}\frac{1}{(1/5)}\quad;\quad \underline{\underline{V_m=129.1\quad m/s}}$$

۶-۶۳ نیروی رانش وارد بر هواپیمائی که با سرعت ۳۹۰ km/hr در شرایط هوای استاندارد پرواز می‌کند، با ساخت نمونه‌ی کوچک‌تر با مقیاس ۱:۱۰ در تونل باد تحت فشار مطالعه می‌شود. برای محدودکردن اثر تراکم‌پذیری، سرعت مدل هواپیما نیز برابر ۳۹۰ km/hr درنظر گرفته شده است. اگر درجه حرارت هوا در نمونه‌ی اصل و مدل یکسان باشد، فشار هوا در تونل باد را به‌دست آورید.

پاسخ:

اگر از تغییرات فشار بر لزجت دینامیکی صرف‌نظر شود، تشابه عدد رینولدز [رابطه‌ی (۶-۱۸)] به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{V_m}{V_p}=\left(\frac{\mu_m}{\mu_p}\right)\left(\frac{\rho_p}{\rho_m}\right)\left(\frac{\ell_p}{\ell_m}\right)\quad;\quad (1)=(1)\left(\frac{\rho_p}{\rho_m}\right)(10)\quad;\quad \frac{\rho_m}{\rho_p}=10 \qquad (1)$$

رابطه‌ی (۱) با استفاده از قانون گاز ایده‌آل [رابطه‌ی (۱-۵)] و با درنظرگرفتن فشار استاندارد برابر $101{,}33\ kPa$ به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{p_m/R_mT_m}{p_p/R_pT_p}=10\quad;\quad \frac{p_m}{p_p}=10\quad;\quad p_m=10(101.33\,kPa)\quad;\quad \underline{\underline{p_m=1013.3\quad kPa}}$$