۲-۲- گزینه ۳

$$\Sigma \delta F = \delta m \vec{a} \qquad \delta \vec{F}_p - \delta w k = (\rho \forall) \vec{a}$$

$$-\nabla p A - \gamma \forall \hat{k} = \rho \forall \vec{a} \qquad \Rightarrow -\nabla p - \gamma \hat{k} = \rho a$$

۲-۷-

$$P = (\rho_{blood}\, g) h_{blood} = (\rho_{Hg}\, g) h_{Hg}$$

$$\Rightarrow h_{blood} = \frac{\rho_{Hg}}{\rho_{(blood)}} h_{Hg} = \frac{13600 \ kg/m^3}{1050 \ kg/m^3} (0.12\, m) = 1.55\ m$$

((2 - 12))

information: Height :⇒ $h = 100\,m$ $\quad \rho = 1000 \left[1 + \frac{z}{500} + \left(\frac{z}{1000}\right)^2 \right]$

$$P_{Floor} - P_{Top} = \gamma h \quad \Rightarrow \quad \left\{ dp = 1000 \left[1 + \frac{z}{500} + \frac{z^2}{10^6} \right] \times 10\, dz \right.$$

$$dp = \gamma dh \quad \Rightarrow$$

$$P_1 - P_2 = \Delta p = \int_0^{100} \left(1000 + 2z + \frac{z^2}{1000} \right) dz = \left(10^5 + 2 \times 10^2 + 10 \right) \times 10$$

((no using calculator)) $\qquad \simeq 1 \times 10^6\ Pa$

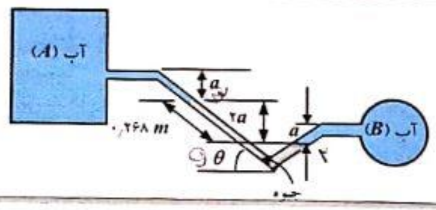
۲-۱۷- گزینه ۲

$P_{\text{مطلق}} = P_{\text{نسبی}} + P_{\text{اتمسفر}}$

$P_A - \gamma_{gh} \times 0.5 - (\gamma h)_{\text{گلیسرین}} + (\gamma h)_{\text{گلیسرین}} + \gamma_{\text{گلیسرین}} \times 0.5 = P_B$

$195 - 101.47 - 133 \times 0.5 + 12.4 \times 0.5 = P_B \Rightarrow P_B = 33$

۲۲-۲ دو تانک مطابق شکل توسط یک فشارسنج لوله‌ای مایل به‌هم متصل شده‌اند، چنانچه اختلاف فشار بین دو تانک ۲۰ kPa باشد، مقادیر a و θ را محاسبه کنید.



پاسخ:

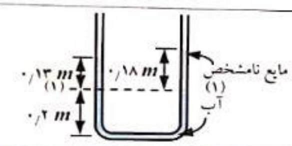
برای حل مسأله، ضمن حرکت از مخزن A به‌طرف مخزن B، چنانچه به‌سمت پایین حرکت کنیم، مقدار γh افزوده می‌شود و چنانچه به‌سمت بالا حرکت کنیم، مقدار γh کاسته می‌شود. لذا خواهیم داشت:

$$p_A + \gamma_w(a) + \gamma_{Hg}(2a) - \gamma_w(a) = p_B \qquad (1)$$

با جایگزینی چگالی جیوه برابر ۱۳۶۰۰ kg/m^3 و اختلاف فشار برابر با ۲۰ kPa در رابطه‌ی (۱)، مقدار a و از آنجا زاویه‌ی θ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$a = \frac{p_B - p_A}{2\gamma_{Hg}} = \frac{\left(20\,kN/m^2\right)}{2(13.6)\left(9.81\,kN/m^3\right)} = \underline{\underline{0.075\quad m}} \quad ; \quad \sin\theta = \frac{2a}{(0.268\,m)} = \frac{2(0.075\,m)}{0.268\,m} = 0.56 \quad ; \quad \underline{\underline{\theta = 34^\circ}}$$

۲۷-۲ در شکل روبه‌رو، چنانچه دو مایع مخلوط ناشدنی فرض شوند، چگالی مایع نامشخص چقدر است؟

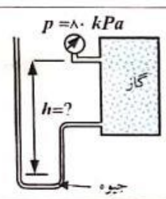


پاسخ:

فشار بر روی سطح (۱-۱) که با خط‌چین نشان داده شده است، در دو لوله‌ی فشارسنج لوله‌ای یکسان است. لذا خواهیم داشت:

$$p_{1-1} = (0.13\,m)\gamma_w = (0.18\,m)\gamma_F \quad ; \quad \gamma_F = \frac{(0.13\,m)\gamma_w}{(0.18\,m)} = \frac{(0.13\,m)\left(9810\,N/m^3\right)}{(0.18\,m)} = \underline{\underline{7085\quad N/m^3}}$$

۳۱-۲ در شکل روبه‌رو چنانچه فشارسنج عدد ۸۰ kPa را نشان دهد، اختلاف ارتفاع h چقدر است؟



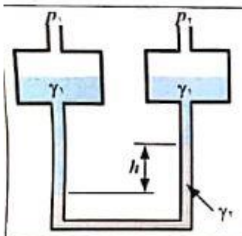
پاسخ:

برای یافتن مقدار h کافی است تا از مخزن به سمت انتهای فشارسنج لوله‌ای که با هوا در ارتباط است، حرکت کرده و رابطه‌ی مربوط به آن به‌صورت زیر به‌کار گرفته شود (از وزن مخصوص گاز در برابر وزن مخصوص جیوه صرف‌نظر شده است):

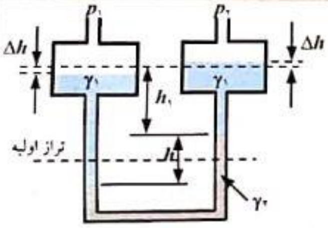
$$p_{gas} + h\gamma_{gas} - h\gamma_{Hg} = 0 \quad ; \quad p_{gas} + \overbrace{h\left(\gamma_{gas}\right)}^{=0} - h\left(SG_{Hg}\gamma_w\right) = 0 \quad ; \quad (80000\,Pa) - h\left[(13.6)\left(9810\,N/m^3\right)\right] = 0$$

$$\underline{\underline{h = 0.6\quad m}}$$

۳۶-۲ برای اندازه‌گیری اختلاف فشارهای کم در گازها از میکرو فشارسنج لوله‌ای که در شکل روبه‌رو نشان داده شده است، استفاده می‌شود. این وسیله شامل دو محفظه‌ی بزرگ به سطح مقطع A_r است که به‌وسیله‌ی فشارسنج لوله‌ای U-شکل به‌هم متصل شده‌اند. هنگامی که اختلاف فشار بین دو طرف p_1-p_2 اعمال شود، اختلاف ارتفاع h در فشارسنج لوله‌ای توسعه می‌یابد. چنانچه A_t/A_r ناچیز باشد، نشان دهید که برای درشت‌نمایی اختلاف ارتفاع h به‌منظور قرایت دقیق‌تر بایستی $\gamma_2-\gamma_1$ کاهش یابد. A_t سطح مقطع لوله‌ی فشارسنج لوله‌ای است.



پاسخ:



هنگامی که اختلاف فشار بین دو طرف برقرار می‌شود، سطح مایع در مخزن سمت چپ به اندازه‌ی Δh پایین می‌رود و در نتیجه سطح مایع در مخزن سمت راست به اندازه‌ی Δh بالا می‌رود. با استفاده از رابطه‌ی فشارسنج لوله‌ای چنانچه از مخزن سمت چپ به طرف مخزن سمت راست حرکت کنیم، رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$p_1+\gamma_1\left(h_1+h-\Delta h\right)-\gamma_2 h-\gamma_1\left(h_1+\Delta h\right)=p_2 \quad ; \quad p_1-p_2=h\left(\gamma_2-\gamma_1\right)+\gamma_1\left(2\Delta h\right) \qquad (۱)$$

از طرفی، حجم مایع جابه‌جا شده در مخزن و لوله‌های فشارسنج لوله‌ای بایستی یکسان باشد، و لذا خواهیم داشت:

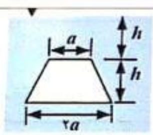
$$\Delta h A_r=\frac{h}{2}A_t \quad ; \quad \frac{2\Delta h}{h}=\frac{A_t}{A_r}$$

با توجه به اینکه نسبت A_t/A_r ناچیز است، $2\Delta h << h$ و در نتیجه رابطه‌ی (۱) به‌صورت زیر ساده می‌شود:

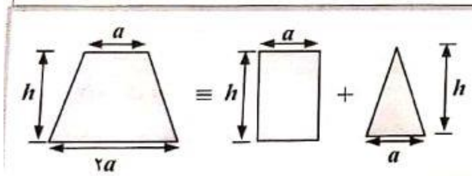
$$p_1-p_2=h\left(\gamma_2-\gamma_1\right) \quad ; \quad \underline{\underline{h=\frac{p_1-p_2}{\gamma_2-\gamma_1}}}$$

بنابراین، چنانچه $\gamma_2-\gamma_1$ کاهش یابد، مقدار h بزرگ‌تر خواهد شد.

۴۳-۲ صفحه‌ای ذوزنقه‌ای مطابق شکل به‌صورت قایم در آب قرار گرفته است. چنانچه فاصله‌ی بالای آن تا سطح آب، h، باشد، نیروی وارد از طرف آب بر یک طرف صفحه و مرکز فشار را به‌دست آورید.



پاسخ:



مطابق شکل، برای به‌دست آوردن مقدار نیرو و مرکز فشار، بهتر است ذوزنقه به مستطیل و مثلث تبدیل شود. نیروی برایند و محل مرکز فشار قسمت مستطیلی شکل به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$F_{R_1} = \gamma (ah)\left(h + \frac{h}{2}\right) = \frac{3}{2}\gamma a h^2 \quad ; \quad y_{R_1} = \frac{I_{xc}}{h_{c_1} A} + h_{c_1} = \frac{\left(ah^3/12\right)}{(ah)(h+h/2)} + \left(h + \frac{h}{2}\right) = \frac{14}{9}h$$

نیروی برایند و محل مرکز فشار قسمت مثلثی‌شکل نیز به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$F_2 = \gamma\left(\frac{ah}{2}\right)\left(h + \frac{2h}{3}\right) = \frac{5}{6}\gamma a h^2 \quad ; \quad h_{R_2} = \frac{I_{xc}}{h_{c_2} A} + h_{c_2} = \frac{\left(ah^3/36\right)}{(ah/2)(h+2h/3)} + \left(h + \frac{2h}{3}\right) = \frac{51}{30}h$$

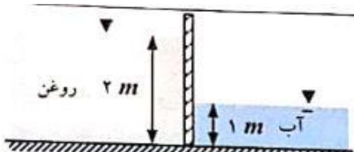
کل نیروی وارد بر صفحه‌ی ذوزنقه‌ای‌شکل برابر با مجموع نیروی وارد بر قسمت‌های مستطیلی و مثلثی شکل است. بنابراین خواهیم داشت:

$$F_R = F_{R_1} + F_{R_2} = \frac{3}{2}\gamma a h^2 + \frac{5}{6}\gamma a h^2 = \underline{\underline{\frac{7}{3}\gamma a h^2}}$$

مرکز فشار وارد بر صفحه‌ی ذوزنقه‌ای‌شکل، به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

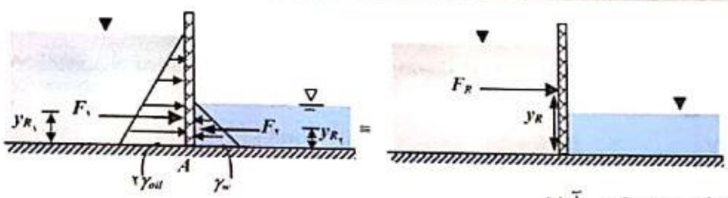
$$h_c = \frac{F_{R_1} h_{c_1} + F_{R_2} h_{c_2}}{F_R} = \frac{\left[\left(3/2\,\gamma a h^2\right)\left(14/9\,h\right)\right]\left[\left(5/6\,\gamma a h^2\right)\left(51/30\,h\right)\right]}{7/3\,\gamma a h^2} = \underline{\underline{\frac{45}{28}}}h$$

۴۹-۲ در شکل روبه‌رو آب و روغن توسط یک صفحه‌ی جداکننده به طول ۵ m از همدیگر جدا شده‌اند. چنانچه چگالی روغن ۸۰۰ kg/m^3 باشد، نیروی برایند وارد بر صفحه و نقطه‌ی اثر آن را به‌دست آورید.



پاسخ:

ابتدا با استفاده از مفهوم منشور فشار [بخش (۲-۵-۲)] منحنی تغییرات فشار وارد بر دریچه در شکل روبه‌رو ترسیم شده است.



مقادیر نیروهای F_1 و F_2 و از آنجا نیروی برایند به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$F_1 = \frac{1}{2}\gamma_{oil} h^2 b = \frac{1}{2}\gamma_{oil}(2m)^2(5m) = 10\gamma_{oil} = 10\left[\left(800\,kg/m^3\right)\left(9.81\,m/s^2\right)\right] \quad ; \quad F_1 = 78480\,N$$

$$F_2 = \frac{1}{2}\gamma_w h^2 b = \frac{1}{2}\gamma_w(1m)^2(5m) = 2.5\gamma_w = 2.5\left(9810\,N/m^3\right) \quad ; \quad F_2 = 24525\,N$$

$$F_R = F_1 - F_2 = (78480N) - (24525N) \quad ; \quad \underline{\underline{F_R = 53955\,N = 54.0\ kN}}$$

برای یافتن محل اثر نیروی برایند، ابتدا لازم است تا نقطه‌ی اثر تک تک نیروها به‌دست آید. باتوجه به توزیع مثلثی فشار، هر کدام از نیروها در $h/3$ از قاعده مثلث اثر می‌کنند. بنابراین خواهیم داشت:

$$y_{R_1} = \frac{2}{3}m \quad ; \quad y_{R_2} = \frac{1}{3}m$$

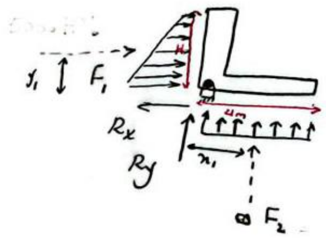
همچنین، برای محاسبه‌ی محل اثر نیروی برایند، بایستی مجموع گشتاور نیروها در شکل سمت چپ حول نقطه‌ی دلخواهی مانند A با گشتاور نیروی برایند در شکل سمت راست حول همان نقطه برابر باشد. لذا خواهیم داشت:

$$F_1 y_{R_1} - F_2 y_{R_2} = F_R y_R \quad ; \quad y_R = \frac{F_1 y_{R_1} - F_2 y_{R_2}}{F_R} = \frac{(78480\,N)(2/3\,m) - (24525\,N)(1/3\,m)}{(53955\,N)} = \underline{\underline{0.82\ \ m}}$$

" Question number "

" 2 - 56 "

" answer "



$\circlearrowright + \Sigma M_R = 0$

$\circlearrowright + \Sigma M_R = 0$

$2 \times 4 \times \cancel{\gamma} H \cancel{b} = \frac{H}{3} \times \frac{1}{2} \cancel{\gamma} H^2 \cancel{b}$

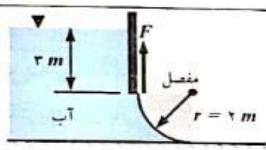
$H = \sqrt{48}\ m = 4\sqrt{3}\ m \approx 6.93\ m$

1: $F_1 = \frac{1}{2}\gamma h^2 b = \frac{1}{2}\gamma H^2 b$ & $y_1 = \frac{H}{3}$

2: $F_2 = \gamma H (4b) = 4\gamma H b$ & $x_1 = 2$

۲-۶۳

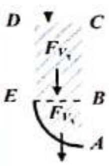
چنانچه عرض دریچه‌ی شعاعی نشان داده شده در شکل m ۲ متر باشد، نیروهای افقی و قایم وارد بر دریچه شعاعی از طرف آب را به‌دست آورید. همچنین، چنانچه از وزن دریچه صرف‌نظر شود، نیروی کشش کابل (F) برای نگه‌داشتن دریچه را به‌دست آورید.



پاسخ:

برای محاسبه‌ی مؤلفه‌ی افقی نیروی برایند مطابق مطالب بخش (۲-۵-۳)، ابتدا لازم است تا سطح مورد نظر در راستای عمودی تصویر شود. تصویر عمودی دریچه، مستطیلی به ابعاد m ۲× m ۲ است. مؤلفه‌ی افقی نیروی برایند از رابطه‌ی (۲-۷) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$F_H = \gamma A h_c \quad ; \quad F_H = \left(9810\, N/m^3\right)\left[(2m)(2m)\right]\left(3m + \frac{2}{2}m\right) \quad ; \quad \underline{\underline{F_H = 156960 \quad N}}$$

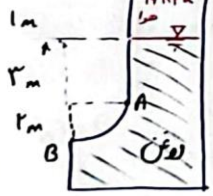


برای محاسبه‌ی نیروی عمودی کافی‌است مطابق شکل، دو خط قایم از نقطه‌ی ابتدایی و انتهایی سطح منحنی ترسیم و آنها را تا سطح آزاد مایع ادامه دهیم. بنابراین، سطحی ایجاد می‌شود که در طرفین آن دو خط قایم و در بالا و پایین آن به‌ترتیب سطح منحنی و سطح آزاد سیال قرار دارند (سطح $ABCDE$ در شکل روبه‌رو). وزن سیالی که درون این حجم قرار می‌گیرد، برابر با مؤلفه‌ی قایم نیروی برایند وارد بر سطح منحنی است. بنابراین، نیروی عمودی وارد بر سطح AE به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$F_V = \gamma\left(\forall_{ABCDE}\right) \quad ; \quad F_V = \gamma\left(F_{V1} + F_{V2}\right) \quad ; \quad F_V = \gamma\left(\forall_{ABE} + \forall_{BCDE}\right)$$

$$F_V = \left(9810\, N/m^3\right)\left[\left[\frac{\pi}{4}(2m)^2(2m)\right] + (3m)(2m)(2m)\right] \quad ; \quad \underline{\underline{F_V = 179358 \quad N}}$$

باتوجه به اینکه نیروی برایند وارد بر دریچه از مرکز دریچه می‌گذرد، گشتاور آن حول مرکز دریچه صفر می‌باشد. بنابراین، نیروی کشش کابل برابر صفر خواهد بود.



(۲ - ۷۰

$\gamma h_{eq} = 14\ kPa \Rightarrow ۸ \times ۱۰^{۳} h_{eq} = ۱۴ \times ۱۰^{۳}$

$\Rightarrow h_{eq} = ۲_m = ۲۰۰_{cm}$

$F_V = (\forall_1 + \forall_2 + \forall_3)\gamma$

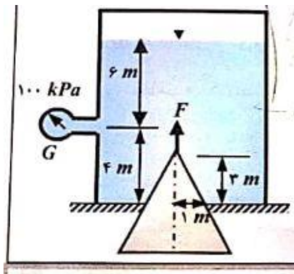
$\Rightarrow \forall_T = (۵ \times ۲ \times ۱) + (\frac{\pi}{۴} \times ۴ \times ۱) = ۱۳,۱۴\ m^{۳}$

$F_V = ۱۳,۱۴ \times ۸ \times ۱۰^{۳} = ۱۰۵,۱۲\ kN$

گزینه ۴

۷۸-۲

در شکل نشان داده شده مخروطی از داخل یک روزنه به شعاع $1\ m$ عبور کرده و به وسیله‌ی نیروی F در داخل سیالی با وزن مخصوص $\gamma =$ ۱۰۰۰۰ N/m^3 نگه‌داشته می‌شود. فشارسنج G، فشار ۱۰۰ کیلوپاسکال را نشان می‌دهد. نیروی F درصورت ناچیز بودن وزن مخروط چقدر باید باشد؟



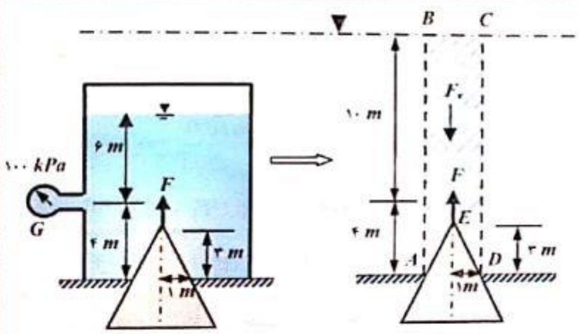
۱) ۵۰۰۰۰π ۲) ۷۰۰۰۰π

۳) ۹۰۰۰۰π ۴) ۱۳۰۰۰۰π

پاسخ:

گزینه‌ی (۴). باتوجه به این‌که هوای بالای سطح آب تحت فشار است، ابتدا بایستی سطح آزاد معادل آب به‌صورت زیر به‌دست آید:

$$h=\frac{p}{\gamma}=\frac{\left(100000\,N/m^2\right)}{10000\,N/m^3}=10\,m$$



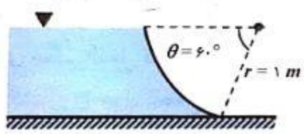
به‌منظور محاسبه‌ی نیروی عمودی، کافی‌است مطابق شکل، دو خط قایم از نقطه‌ی ابتدایی و انتهایی سطح منحنی AGB ترسیم و آنها را تا سطح آزاد مایع ادامه دهیم. بنابراین، سطحی ایجاد می‌شود که در طرفین آن دو خط قایم و در بالا و پایین آن به‌ترتیب سطح آزاد و سطح منحنی معادل آب قرار دارند (سطح $ABCDEA$ در شکل وزن سیالی که درون این حجم قرار گیرد، برابر با مؤلفه‌ی قایم نیروی برایند وارد بر سطح منحنی است. بنابراین، نیروی عمودی وارد بر سطح AED به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$F=F_V=\gamma\left(\forall_{AGBDCA}\right)\quad ;\quad F_V=\gamma\left(\forall_{ABDC}-\forall_{AGB}\right)=\left(10000\,N/m^3\right)\left[\left[\pi(1\,m)^2(14\,m)\right]-\left[\frac{1}{3}\pi(1\,m)^2(3\,m)\right]\right]$$

$\underline{F=130000\pi\quad N}$

۸۳-۲

نیروی فشار قایم بر دریچه‌ی قطاعی با شعاع ۱ = r متر و با زاویه‌ی ۶۰ = θ درجه و برای عرض $b=$ ۱ m چند نیوتن است؟ (شتاب ثقل ۹/۸۱ = g متر بر مجذور ثانیه است.)

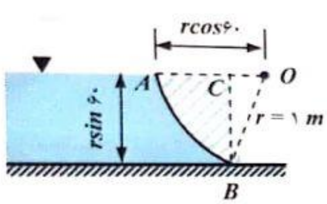


۱) ۱۰۰۴/۲   ۲) ۱۵۰۶/۳

۳) ۳۰۱۲/۶   ۴) ۴۰۱۶/۸

پاسخ:

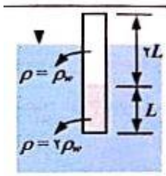
گزینه‌ی (۳). به‌منظور محاسبه‌ی نیروی عمودی کافی‌است مطابق شکل، دو خط قایم ازنقطه‌ی ابتدایی و انتهایی سطح منحنی AB ترسیم وآنها را تاسطح آزاد معادل مایع ادامه دهیم. وزن سیالی که درون این حجم قرار گیرد، برابر با مؤلفه‌ی قایم نیروی برایند وارد بر سطح منحنی است. بنابراین، نیروی عمودی وارد بر سطح AB به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:



$$F_V=\gamma_w\left(\forall_{ABC}\right)=\gamma_w\left(\forall_{ABO}-\forall_{OCB}\right)$$

$$F_V=\left[\left(1000\,kg/m^3\right)\left(9.81\,m/s^2\right)\right]\left\{\frac{60^\circ}{360^\circ}\left[\pi(1\,m)^2(1\,m)\right]-\frac{1}{2}\left[(1\,m)\sin 60^\circ(1\,m)\cos 60^\circ\right]\right\}\quad ;\quad \underline{F_V=3012.6\quad N}$$

۹۰-۲



جرم استوانه‌ای با سطح مقطع یکنواخت در یک طرف دو برابر جرم مخصوص آب (ρ_w)۲ به طول L و در طرف دیگر برابر جرم مخصوص آب (ρ_w)به طول ۲L است. این استوانه مطابق شکل داخل یک سیال شناور است به‌نحوی که تمام قسمت هاشورخورده (به جرم مخصوص ۲ρ_w) و بخشی از قسمت با جرم ρ_w، داخل سیال قرار گرفته است. کدام گزینه در خصوص جرم مخصوص سیال صحیح است؟

۱) جرم مخصوص سیال برابر با جرم مخصوص آب است.
۲) جرم مخصوص سیال بیشتر از جرم مخصوص آب است.
۳) جرم مخصوص سیال کمتر از جرم مخصوص آب است.
۴) اطلاعات مسأله برای پاسخ‌گویی کافی نیست.

پاسخ:

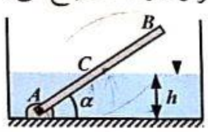
گزینه‌ی (۲). در مورد اجسام شناور نیروی وزن جسم با نیروی شناوری در حالت تعادل می‌باشند:

$$F_B=W \quad ; \quad (\rho_w)(2L)A+(\rho_w)(x)A=(2\rho)LA+\rho(2L)A \quad ; \quad \rho=\frac{2\rho_w L+\rho_w x}{4L}$$

که در آن x ارتفاع قسمتی از طول لوله به ارتفاع ۲L است که در داخل آب قرار گرفته است. باتوجه به این که مقدار حداکثر x کمتر از ۲L است، لذا $\rho>\rho_w$ خواهد بود.

۹۵-۲

در شکل زیر میله‌ی AB با مقطع ثابت در A لولا شده است. ارتفاع آب در مخزن (h) را به تدریج اضافه می‌کنیم تا زاویه‌ی α به ۹۰ درجه برسد. کدام گزینه‌ی زیر برای قسمتی از طول میله (AC) که در داخل آب قرار دارد، صحیح می‌باشد؟



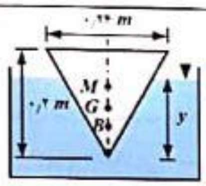
۱) زیاد می‌شود.
۲) ابتدا افزایش و سپس ثابت می‌ماند.
۳) ثابت می‌ماند.
۴) به مشخصه‌های سیال و چوب بستگی دارد.

پاسخ:

گزینه‌ی (۳). چنانچه مساحت میله A باشد، جهت برقراری تعادل، همواره گشتاور نیروی وزن و شناوری حول نقطه‌ی A برابر خواهد بود:

$$F_B\left(\frac{L_{AC}}{2}\cos\alpha\right)=W\left(\frac{L_{AB}}{2}\cos\alpha\right) \quad ; \quad (\gamma_w A L_{AC})L_{AC}=(\gamma_c A L_{AB})L_{AB} \quad ; \quad L_{AC}^2=SG_c L_{AB}^2$$

باتوجه به این که SG_c و L_{AB} هر دو مقادیر ثابتی هستند، با افزایش زاویه α، طول AC ثابت می‌ماند.



۱۰۲-۲ مطابق شکل، مخروطی با چگالی نسبی $SG = ۰/۸$، ارتفاع $۰/۲m$ و به قطر $۰/۲۴\ m$ درآب غوطه‌ور شده است. آیا مخروط پایدار می‌ماند؟

پاسخ:

ابتدا لازم است تا ارتفاع فرورفتن مخروط در آب، y، تعیین شود. بدین منظور، پارامترهای هندسی، θ و d و از آنجا ارتفاع فرو رفتن بلوک در آب (y)، از برابری نیروی شناوری با وزن بلوک به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\tan\theta = \frac{12}{20} \quad ; \quad \theta = 30.96^\circ \quad ; \quad d = 2y\tan\theta$$

$$F_B = W \quad ; \quad \gamma_w\left(\frac{1}{3}\frac{\pi d^2}{4}y\right) = (SG\gamma_w)\left(\frac{1}{3}\frac{\pi D^2}{4}H\right) \quad ; \quad d^2 y = SGD^2 H$$

$$(2y\tan\theta)^2 y = SG(2H\tan\theta)^2 H \quad ; \quad y^3 = SGH^3 \quad ; \quad y = SG^{1/3}H = (0.8)^{1/3}(0.20\,m) = 0.186\,m$$

مرکز ثقل جسم در مرکز آن و مرکز شناوری جسم در مرکز حجم جابه‌جا شده قرار می‌گیرند. فاصله‌ی بین مرکز ثقل و نیروی شناوری به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

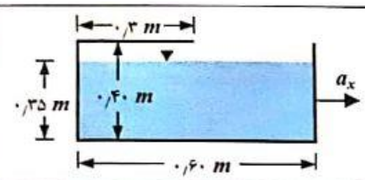
$$\overline{BG} = \overline{OG} - \overline{OB} = \left(\frac{3}{4}H\right) - \left(\frac{3}{4}y\right) = \frac{3}{4}\left[(0.20\,m) - (0.186\,m)\right] \quad ; \quad \overline{BG} = 0.011\,m$$

فاصله‌ی بین مرکز ثقل و ارتفاع متاسنتریک از رابطه‌ی (۲-۱۳) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\overline{GM} = \overline{BM} - \overline{BG} = \frac{I}{\forall} - \overline{BG} = \frac{\left(\pi d^4/64\right)}{1/3\left(\pi d^2/4\right)y} - \overline{BG} = \frac{3}{16}\frac{d^2}{y} - \overline{BG} = \frac{3}{16}\frac{(2y\tan\theta)^2}{y} - \overline{BG}$$

$$\overline{GM} = \frac{3}{4}y\tan^2\theta - \overline{BG} = \frac{3}{4}(0.186\,m)\tan^2(30.96^\circ) - (0.011\,m) \quad ; \quad \underline{\underline{\overline{GM} = 0.039 \quad m}}$$

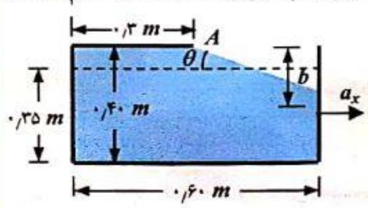
باتوجه به این‌که ارتفاع متاسنتریک مثبت است، جسم پایدار است.



۳۵-۵ سطح آب در مخزن مستطیلی به طول $۰/۶۰\ m$ و ارتفاع $۰/۴۰\ m$ برابر $۰/۳۵\ m$ است. حداکثر شتاب مخزن در جهت افقی را به‌دست آورید به‌طوری‌که آب از مخزن لبریز نشود.

پاسخ:

حداکثر شتاب آب به‌طوری‌که آب از مخزن لبریز نشود، هنگامی است که آب به نقطه‌ی A برسد. چون آب لبریز نشده است، حجم اولیه و حجم ثانویه برابر است. باتوجه به شکل می‌توان نوشت (w عرض مخزن است):



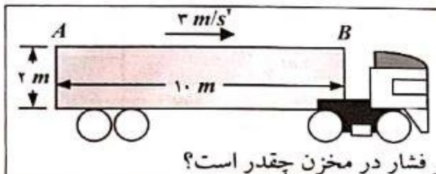
$$(0.35\,m)(0.60\,m)w = \left[(0.60\,m)(0.4\,m) - \frac{(0.30\,m)b}{2}\right]w$$

$$0.21 = 0.24 - 0.15b \quad ; \quad b = 0.20\,m$$

شیب سطح آب با استفاده از رابطه‌ی (۵-۱۰) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$tg\theta = \frac{dz}{dx} = \frac{-a_x}{g} = -\frac{(0.20\,m)}{(0.30\,m)} \quad ; \quad a_x = \frac{2}{3}g = \frac{2}{3}\left(9.81\,m/s^2\right) \quad ; \quad \underline{\underline{a_x = 6.56 \quad m/s^2}}$$

۵-۳۹



مخزنی پر از بنزین بر روی تریلی قرار دارد و تریلی با شتاب $3\ m/s^2$ حرکت می‌کند. وزن مخصوص بنزین $6600\ N/m^3$ است.
(الف) اگر فشار در گوشه‌ی بالای عقب مخزن، A، آتمسفر باشد، فشار در گوشه‌ی بالای جلو، B، چقدر است؟ **(ب)** حداکثر فشار در مخزن چقدر است؟

پاسخ:

اگر مبدأ مختصات در گوشه‌ی A انتخاب شود، برای $y=0$ و $z=0$، مقدار $p=0$ است. لذا، رابطه‌ی (۵-۱۱) به‌صورت زیر ساده می‌شود:

$$p=-\rho a_y y-\gamma z \quad ; \quad p=-\frac{\left(6600\,N/m^3\right)}{\left(9.81\,m/s^2\right)}\left(3\,m/s^2\right)y-\left(6600\,N/m^3\right)z \quad ; \quad p=-2018.4y-6600z \qquad (1)$$

(الف) در گوشه‌ی بالای جلو، B، مقدار $z=0$ است و رابطه‌ی (۱) به‌صورت زیر درمی‌آید:

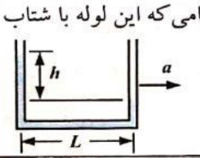
$$p=-2018.4(10\,m)-6600(0) \quad ; \quad \underline{\underline{p=-20184\ \ Pa}}$$

(ب) مقدار حداکثر فشار در گوشه‌ی پایین عقب مخزن با استفاده از رابطه‌ی (۱) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$p=-2018.4(0)-6600(-2\,m) \quad ; \quad \underline{\underline{p=13200\ \ Pa}}$$

۵-۴۲

مطابق شکل مقابل، بخشی از یک لوله‌ی U-شکل توسط مایعی پر شده است. هنگامی که این لوله با شتاب a حرکت می‌کند، اختلاف h بین شاخه‌های لوله‌ی U-شکل ایجاد می‌گردد. مقدار h چقدر است؟



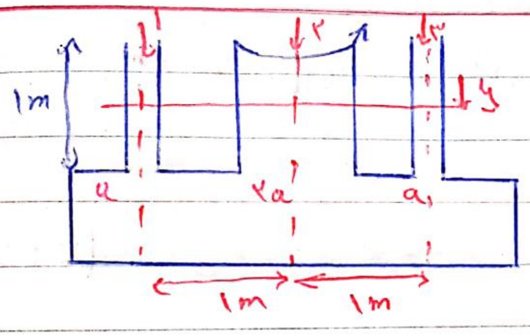
۱) aL/g ۲) a/g
۳) L/g ۴) $L/(ag)$

پاسخ:

گزینه‌ی (۱). شیب سطح آب از رابطه‌ی (۵-۱۰) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$tg\theta=\frac{dz}{dy}=-\frac{a_y}{g+a_z} \quad ; \quad \frac{dz}{dy}\cong\frac{\Delta z}{\Delta y}=\frac{-h}{L}=-\frac{a}{g} \quad ; \quad \underline{\underline{h=\frac{aL}{g}}}$$

(۵-۴۶



$\omega = 2\ rad/s$

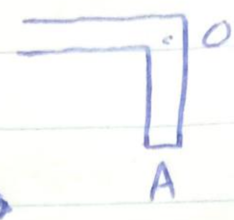
$r_2 = 2r_1 = 2r_3 \Rightarrow A_2 = 4A_1 = 4A_3$

کاهش سطح به اندازه m $\Rightarrow A_2 x = 2A_1 y \Rightarrow 4A_1 x = 2A_1 y \Rightarrow \boxed{y = 2x}$

$\Rightarrow \boxed{y + x = 3x}$

$z = \frac{r^2\omega^2}{2g} \Rightarrow 3x = \frac{1^2 \times 2^2}{2g} \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{6g}}$ | گزینه ۳

(۵۰ - ۵



$$P = \frac{\rho \omega^۲ r_e^۲}{۲} - \gamma z + C$$

$$0 = \frac{۱ \times \omega^۲ \times ۰/۵^۲}{۲} - \gamma_w (0) + C$$

$$\Rightarrow C = ۰/۱۲۵\, \omega^۲$$

$$P = \frac{\rho \omega^۲}{۲}\left(۱^۲ - ۰/۲۵\right) - \gamma_w (۰/۵) = \frac{۳}{۸} \rho \omega^۲ + ۰/۵\, \gamma_w$$

$$= \boxed{\left(\frac{۳}{۸g} \omega^۲ + ۰/۵\right) \gamma_w}$$ گزینه ۳