۱–۲ کدام‌یک از گزینه‌های زیر نشان‌دهنده‌ی جریان یک‌بعدی است؟

۱) جریان هوا در داخل یک لوله‌ی مستقیم ۲) جریان هوا که از روی یک اتوموبیل می‌گذرد

۳) جریان هوا که از اطراف یک خانه می‌گذرد ۴) جریان هوا که از اطراف یک لوله می‌گذرد

پاسخ:

گزینه‌ی (۱). جریان یک‌بعدی جریانی است که دارای یک مؤلفه‌ی سرعت است و دو مؤلفه‌ی دیگر آن ناچیز فرض می‌شود. غیر از گزینه‌ی (۱) که جریان می‌تواند به‌صورت یک‌بعدی وجود داشته باشد، در بقیه‌ی گزینه‌ها ممکن است جدایی جریان اتفاق افتد و لذا جریان دو یا سه‌بعدی خواهد شد.

۱–۸ آیا رابطه‌ی زیر به لحاظ ابعادی همگن است؟

$$\frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{u}{g}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial h}{\partial x}=\frac{iu}{gh}$$

که در آن g شتاب ثقل، u مؤلفه‌ی سرعت در راستای محور x، t زمان، h عمق جریان و i معرف بارندگی (عمق آب در زمان) است.

پاسخ:

با استفاده از جدول (۱–۱) ابعاد ترم‌های مختلف و دو طرف رابطه‌ی بالا به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$g \doteq LT^{-2} \quad ; \quad u \doteq i \doteq LT^{-1} \quad ; \quad t \doteq T \quad ; \quad x \doteq h \doteq L$$

$$\frac{1}{\left(LT^{-2}\right)}\frac{\left(LT^{-1}\right)}{(T)}+\frac{\left(LT^{-1}\right)}{\left(LT^{-2}\right)}\frac{\left(LT^{-1}\right)}{(L)}+\frac{(L)}{(L)}=\frac{\left(LT^{-1}\right)\left(LT^{-1}\right)}{\left(LT^{-2}\right)(L)} \quad ; \quad F^0L^0T^0 \doteq F^0L^0T^0$$

رابطه‌ی همگن

۱-13) نشان دهید که پارامترهای زیر بدون بُعد هستند

(۱) $\frac{Vy}{\nu} \doteq \frac{\frac{L}{T}\times L}{\frac{L^2}{T}} \doteq L^0T^0$ ✓ بی‌بعد

(۲) $\frac{\rho V y}{\mu} \doteq \frac{\frac{M}{L^3}\times\frac{L}{T}\times L}{\frac{M}{L.T}} \doteq M^0L^0T^0 \doteq 1$ بی‌بعد ✓

(۳) $\frac{V}{\sqrt{gy}} \doteq \frac{\frac{L}{T}}{\sqrt{\frac{L}{T^2}\times L}} \doteq \frac{\frac{L}{T}}{\frac{L}{T}} = 1$ بی‌بعد ✓

(۴) $\frac{P}{\rho V^2} \doteq \frac{ML^{-1}T^{-2}}{\frac{M}{L^3}\times\frac{L^2}{T^2}} \doteq 1$ بی‌بعد ✓

(۵) $\frac{\sigma}{\gamma y^2} = \frac{ML^{-1}T^{-2}}{ML^{-2}T^{-2}\times L^2}$ (!) بی‌بُعد نیست

۱۷-۱ رابطه‌ی زیر برای تخمین دبی جریان (حجم در واحد زمان)، Q، بر روی سرریز یک سد استفاده می‌شود:

$$Q = C\sqrt{2g}B\left(H+\frac{V^2}{2g}\right)^{3/2}$$

که در آن C ضریب ثابت، g شتاب ثقل، B عرض سرریز، H عمق آب عبوری از روی سرریز و V سرعت جریان در بالادست سد است.

آیا این رابطه در هر سیستم واحدی معتبر است؟

پاسخ:

رابطه‌ی همگن در هر سیستم واحد اندازه‌گیری معتبر است. با استفاده از جدول (۱-۱) ابعاد ترم‌های مختلف و دو طرف رابطه‌ی بالا به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$Q \doteq L^3T^{-1} \quad ; \quad g \doteq LT^{-2} \quad ; \quad B \doteq H \doteq L \quad ; \quad V \doteq LT^{-1}$$

$$Q = C\sqrt{2g}B\left(H+\frac{V^2}{2g}\right)^{3/2} \quad ; \quad \left(L^3T^{-1}\right) \doteq \left(LT^{-2}\right)^{1/2}(L)\left[(L)+\frac{\left(LT^{-1}\right)^2}{\left(LT^{-2}\right)}\right]^{3/2}$$

$$L^3T^{-1} \doteq \left(LT^{-2}\right)^{1/2}(L)\left[(L)+(L)\right]^{3/2} \doteq \left(LT^{-2}\right)^{1/2}(L)(L)^{3/2} \doteq L^3T^{-1}$$ رابطه همگن

رابطه‌ی فوق در هر سیستم واحد اندازه‌گیری معتبر است.

۲۳-۱) $V_{\text{لاستیک}} = ۰/۰۲۵\ m^3$

رابطه حالت

$$P = \rho RT \Rightarrow \begin{cases} \overset{۲۱۰+۱۰۰\ K}{۳۱۰} = \dfrac{m_1}{V} \times \overset{۲\ KJ.kg\ K}{۲} \times \overset{۲۵+۲۷۳}{۲۹۸} \Rightarrow \rho_1 = \dfrac{m_1}{V} = ۰/۵۲\ \dfrac{kg}{m^3} \Rightarrow m_1 = ۰/۰۱۳\ kg \\ P_۲ = ۰/۵۲ \times ۲ \times ۳۲۳ = ۳۳۵/۹۲\ kPa \end{cases}$$

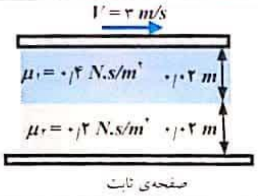
میزان افزایش فشار $\Rightarrow \Delta P = ۳۳۵/۹۲ - ۳۱۰ = ۲۵/۹۲\ kPa$

$$۳۱۰ = \frac{m_2}{۰/۰۲۵} \times ۲ \times ۳۲۳ \Rightarrow m_2 = ۰/۰۱۲\ kg$$

$$\Delta m = ۰/۰۱۳ - ۰/۰۱۲ = ۰/۰۰۱\ kg = ۱\ gr$$

مقدار هوایی که باید از لاستیک خارج شود.

۱-۳۱ دو لایه‌ی سیال مطابق شکل بر روی همدیگر قرار دارد و صفحه‌ی بالایی با سرعت V حرکت می‌کند. چنانچه صفحه‌ی پایینی ثابت درنظر گرفته شود و سرعت در سطح تماس دو لایه $2\ m/s$ باشد، مقدار نسبت تنش برشی اعمالی از طرف سیال بالایی بر صفحه‌ی بالایی بر تنش برشی اعمالی از طرف سیال پایینی بر صفحه‌ی پایینی چقدر است؟

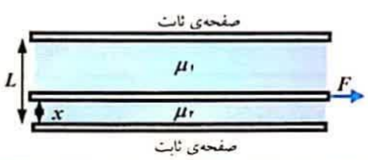


پاسخ:

فرض می‌شود که توزیع سرعت بین دو صفحه خطی است. مقدار تنش برشی بر صفحه‌ی بالایی، τ_u، و تنش برشی بر صفحه‌ی پایینی، τ_d، با استفاده از رابطه‌ی (۱-۸) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{cases} \tau_u = \mu_1 \dfrac{du_1}{dy_1} = \mu_1 \dfrac{\Delta u_1}{\Delta y_1} = (0.4\, Pa.s)\dfrac{(3\, m/s)-(2\, m/s)}{(0.02\, m)} = 20\, Pa \\ \tau_d = \mu_2 \dfrac{du_2}{dy_2} = \mu_2 \dfrac{\Delta u_2}{\Delta y_2} = (0.2\, Pa.s)\dfrac{(2\, m/s)-0}{(0.02\, m)} = 20\, Pa \end{cases} \quad ; \quad \frac{\tau_u}{\tau_d} = \frac{20\, Pa}{20\, Pa} \quad ; \quad \underline{\underline{\frac{\tau_u}{\tau_d} = 1}}$$

۱-۳۸ صفحه‌ی نازک و پهن به‌صورت عمودی جریان داخل یک کانال را از یکدیگر جدا می‌کند (مطابق شکل)، به‌طوری که در طرفین آن دو سیال با لزجت‌های μ_1 و μ_2 قرار دارد. اگر $\mu_1 = 4\mu_2$، پهنای کانال برابر L و صفحه تحت اثر نیروی کششی F با سرعت ثابت U حرکت کند، پهنای بخشی از کانال که سیال μ_2 در آن قرار دارد (x) چقدر باشد تا نیروی F به حداقل برسد.



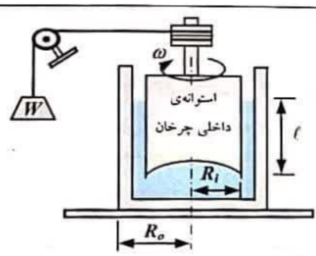
۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{5}$

پاسخ:

گزینه‌ی (۲). مجموع نیروی تنش برشی سیال لایه‌ی (۱)، τ_1، و نیروی تنش برشی سیال لایه‌ی (۲)، τ_2، که بر دو طرف صفحه وارد می‌شود با استفاده از رابطه‌ی (۱-۸) و از آنجا با مشتق‌گیری از آن، حداقل نیروی F به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$F = (\tau_1 + \tau_2)A = A\left(\mu_1 \frac{du_1}{dy_1} + \mu_2 \frac{du_2}{dy_2}\right) = A\left(\mu_1 \frac{\Delta u_1}{t_1} + \mu_2 \frac{\Delta u_2}{t_2}\right) = A\left[(4\mu_2)\frac{U-0}{(L-x)} + \mu_2 \frac{U-0}{x}\right]$$

۱-۴۳ در شکل مقابل چنانچه استوانه‌ی خارجی ثابت نگاه داشته شود، استوانه‌ی داخلی در اثر سقوط وزنه‌ای با سرعت زاویه‌ای ω حول قرقره‌ای به شعاع r_s شروع به چرخش می‌کند. رابطه‌ای برای محاسبه‌ی لزجت دینامیکی برحسب W، ω، ℓ و مشخصات هندسی استخراج کنید. از تأثیرات لزجت بر کف استوانه‌ی داخلی صرف‌نظر و توزیع سرعت در فاصله‌ی بین دو استوانه خطی فرض شود.

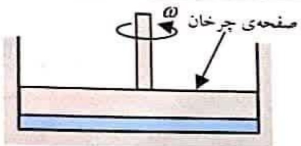


پاسخ:

گشتاور مقاوم (T_r) از جانب سیال با استفاده از رابطه‌ی (۱-۱۰) و گشتاور محرک (T_a) از جانب سیستم قرقره و وزنه با صرف‌نظر کردن از اصطکاک قرقره به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$T_r = T_a \quad ; \quad \frac{2\pi\mu\,\omega\ell R_i^3}{(R_o - R_i)} = W r_s \quad ; \quad \underline{\underline{\mu = \frac{W r_s (R_o - R_i)}{2\pi\,\omega\ell R_i^3}}}$$

۱-۴۹ یک صفحه‌ی دایره‌ای به قطر ۳۰۰ میلی‌متر بر روی یک صفحه‌ی ثابت قرار دارد. فضای خالی بین دو صفحه به ارتفاع ۲٫۵۴ mm با گلیسیرین در دمای ۲۰°C پر شده است. گشتاور لازم برای چرخش صفحه‌ی دایره‌ای با سرعت ۲ دور بر دقیقه چقدر است؟ توزیع سرعت در فضای بین دو صفحه خطی فرض شود. لزجت گلیسیرین ۱٫۵۲ $Pa.s$ فرض شود.



پاسخ:

چون مقدار تنش برشی بر روی سطح دیسک متغیر است، با انتخاب نوار دایره‌ای شکل به شعاع r و ضخامت dr مقدار گشتاور با استفاده از رابطه‌ی (۱-۸) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$dT = rdF = r(\tau dA) = r\mu\frac{du}{dy}dA = r\mu\frac{r\omega}{y}(2\pi r dr) = \frac{2\pi\mu\omega}{y}\int_0^R r^3 dr \quad ; \quad T = \frac{\pi\mu\omega}{2t}R^4$$

با استفاده از داده‌های مسأله، مقدار گشتاور به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$T = \frac{\pi(1.52\,Pa.s)\left[(2\,rev/min)(2\pi\,rad/rev)/(1\,min/60\,s)\right]}{2(0.00254\,m)}(0.150\,m)^4 \quad ; \quad \underline{\underline{T = 0.098 \quad N.m}}$$

۱-۵۶ برای گاز کاملی، مقدار ثابت گاز R = ۲۷۰ $J/kg.K$ و نسبت گرماهای ویژه (ضریب اتمیسیته) k = ۱٫۳، مقدار c_p و c_v برای این گاز بر حسب $J/kg.K$ چقدر است؟

۱) c_p = ۷۷۰ و c_v = ۵۰۰ ۲) c_p = ۱۰۷۰ و c_v = ۸۰۰

۳) c_p = ۱۱۷۰ و c_v = ۹۰۰ ۴) c_p = ۱۲۷۰ و c_v = ۱۰۰۰

پاسخ:

گزینه‌ی (۳). رابطه‌ی (۱-۱۴) به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\begin{cases}\dfrac{c_p}{c_v} = k = (1.3)\\ c_p - c_v = R = \left[270\,J/(kg.K)\right]\end{cases} \quad ; \quad \begin{cases}c_p = 1.3c_v\\ (1.3c_v) - c_v = 270\end{cases} \quad ; \quad \begin{cases}\underline{\underline{c_v = 900 \quad J/(kg.K)}}\\ \underline{\underline{c_p = 1170 \quad J/(kg.K)}}\end{cases}$$

۱-۶۳ آنالیز جریان اطراف پروانه‌ی پمپ در آب ۲۰°C نشان می‌دهد که حداقل فشار اطراف پروانه ۲ kPa است. آیا خطر ایجاد خلأزایی در این شرایط وجود دارد؟

پاسخ:

از جدول (پ-۳) پیوست مقدار فشار بخار آب در دمای ۲۰°C برابر ۲٫۳۴ kPa است. چون فشار اطراف پروانه کمتر از فشار بخار آب است، خلأزایی اتفاق می‌افتد.

۷۰-۱ مواد مغزی حل شده در آب در اثر پدیده‌ی مویینگی و توسط لوله‌های نسبتاً نازک به قسمت‌های بالایی درخت منتقل می‌شوند. چنانچه قطر لوله‌ها mm ۰/۰۰۵ و محلول، آب $20^\circ C$ و با زاویه‌ی تماس 15° باشد، میزان بالاآمدگی محلول آب درون درخت چقدر است؟ مقدار کشش سطحی آب در دمای $20^\circ C$ برابر N/m ۰/۰۷۳ و وزن مخصوص آب برابر N/m^3 ۹۷۸۹ فرض شود.

پاسخ:

میزان بالاآمدگی محلول با استفاده از رابطه‌ی (۱-۲۱) به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$h=\frac{2\sigma\cos\phi}{\gamma R}=\frac{2(0.073\,N/m)\cos(15^\circ)}{(9789\,N/m^3)(5\times10^{-6}m/2)}\quad ; \quad \underline{\underline{h=5.8\quad m}}$$