فصل ۱
آشنايي با ويژگي‌هاي سيالات

۱-۱ مفاهيم و تعريف سيال
۱-۱-۱ تفاوت ميان جامد و سيال
سيال ماده‌اي است که در برابر کوچک‌ترين نيروي برشي به‌صورت پيوسته تغييرشکل مي‌دهد و تمايل به تغييرشکل پيوسته ماده را نيز سياليت مي‌نامند. در جامدات تنش برشي بر اساس قانون هوک با کرنش متناسب است، ليکن در سيالات تنش برشي با نرخ کرنش (تغييرات زماني کرنش) متناسب است. در برابر مفهوم جامدات، سيالات شامل دو حالت مايعات وگازها مي‌باشند.

۱-۱-۲ اصل عدم لغزش سيال
چنانچه جريان سيال درون يک لوله‌ي ساکن يا بر روي يک سطح جامد غيرمتخلخل درنظر گرفته شود، مشاهدات آزمايشگاهي نشان مي‌دهد که سيال در حال حرکت بر روي سطح کاملاً متوقف شده و سرعت آن نسبت به سطح صفر مي‌شود. اين شرايط به‌نام اصل عدم لغزش سيال معروف است. عدم لغزش سيال باعث شکل‌گيري گراديان يا تغييرات سرعت در اثر چسبيدن سيال به صفحه مي‌شود.

۱-۲ طبقه‌بندي جريان سيال
۱-۲-۱ جريان يکنواخت و جريان پايدار
اگر ويژگي‌هاي سيال در يک زمان خاص در قلمروي مورد بررسي نسبت به مکان تغييراتي نداشته باشد، جريان يکنواخت برقرار است. در غير اين‌صورت، جريان غيريکنواخت است. در جريان يکنواخت، گراديان ويژگي سيال $\vec{\nabla}(\ )=0$ است.

$$\vec{\nabla}=\frac{\partial(\ )}{\partial x}\hat{i}+\frac{\partial(\ )}{\partial y}\hat{j}+\frac{\partial(\ )}{\partial z}\hat{k} \qquad (۱)$$

اگر ويژگي‌هاي سيال در يک نقطه نسبت به زمان تغيير نکند، جريان پايدار است، $\partial(\ )/\partial t=0$. درغير اين‌صورت، جريان ناپايدار است. درحقيقت، هيچ‌گونه تغييرات مکاني در جريان يکنواخت و تغييرات زماني در جريان پايدار وجود ندارد.

۱-۲-۲ جريان‌هاي يك، دو و سه‌بعدي
مهم‌ترين ويژگي جريان سيال ميدان سرعت است، لذا يک يا چند بعد بودن جريان سيال باتوجه به توزيع سرعت آن معلوم مي‌شود. به جرياني سه‌بعدي گفته مي‌شود که مؤلفه‌هاي سرعت آن در سه بعد داراي مقدار باشد. اگر يکي از مؤلفه‌هاي سرعت در مقايسه با ديگر مؤلفه‌ها ناچيز باشد و بتوان از آن مؤلفه صرف‌نظر کرد، جريان دوبعدي فرض مي‌گردد. جريان يک‌بعدي داراي يک مؤلفه‌ي سرعت است و دو مؤلفه‌ي ديگر آن ناچيز فرض مي‌شود.

مسايل ۱-۱ الي ۱-۶

۱-۳ واحدهاي اندازه‌گيري و همگني رابطه‌ها بر اساس ابعاد
۱-۳-۱ سيستم واحدهاي اندازه‌گيري
ابعاد پايه مانند جرم (M)، طول (L)، زمان (T) و دما (θ) به‌عنوان ابعاد اصلي يا بنيادي و بقيه‌ي ابعاد مانند سرعت (V)، انرژي (E) و حجم ($\forall$) که در قالب ابعاد اصلي بيان مي‌شوند، ابعاد ثانويه يا مشتق‌شده ناميده مي‌شوند. ابعاد ثانويه مي‌توانند در قالب ابعاد اصلي بيان شوند، جدول (۱-۱). دو سيستم ابعادي به‌طور معمول استفاده مي‌شود، سيستم انگليسي (BG) و سيستم متريک (SI). جدول‌هاي (پ-۱) و (پ-۲) پيوست، براي تبديل واحدها از دو سيستم به همديگر براي متغيرهاي معمول به‌کار مي‌روند. سيستم متريک داراي شش کميت اصلي کيلوگرم براي جرم، متر براي طول، ثانيه براي زمان، درجه‌ي کلوين براي دما، آمپر براي جريان الکتريکي، کاندلا براي شدت روشنايي و مول براي مقدار مواد است.

مساله ۱-۷

جدول ۱-۱ ابعاد اختصاص داده شده به کميت‌هاي معمول.

کميت	سرعت	شتاب	چگالی	کار	توان	نيرو	وزن مخصوص	لزجت ديناميکي	لزجت سينماتيکي	کشش سطحي	گشتاور
سيستم MLT	LT^{-1}	LT^{-2}	ML^{-3}	$ML^{2}T^{-2}$	$ML^{2}T^{-3}$	MLT^{-2}	$ML^{-2}T^{-2}$	$ML^{-1}T^{-1}$	$L^{2}T^{-1}$	MT^{-2}	$ML^{2}T^{-2}$
سيستم FLT	LT^{-1}	LT^{-2}	$FL^{-4}T^{2}$	FL	FLT^{-1}	F	FL^{-3}	$FL^{-2}T$	$L^{2}T^{-1}$	FL^{-1}	FL

۱-۳-۲ همگني و ناهمگني رابطه‌ها

تمامي رابطه‌هاي تشريح‌کننده‌ي پديده‌هاي فيزيکي بايستي به لحاظ ابعادي همگن باشند، يعني ابعاد عبارات طرف راست تساوي با ابعاد عبارات طرف چپ آن برابر است. در برخي رابطه‌ها ضرايبي وجود دارد که بعددار هستند و محدود به يک سيستم واحد به‌خصوص مي‌باشند، که به‌عنوان رابطه‌هاي همگن محدود شناخته مي‌شوند. مسايل ۱-۸ الي ۱-۱۸

۱-۴ ويژگي‌هاي سيال

۱-۴-۱ معيار سنگيني

چگالي

$$\rho = \frac{m}{\forall} \qquad (۱-۲)$$

که در آن ρ چگالي، m جرم و $\forall$ حجم سيال است. بعد چگالي ML^{-3} و واحد آن در سيستم متريک kg/m^3 است.

چگالي نسبي

$$SG = \frac{\rho}{\rho_{w_{@4^\circ C}}} \qquad (۱-۳)$$

$\rho_{w_{@4^\circ C}}$ چگالي آب در دماي ۴ درجه‌ي سانتيگراد $(\rho = ۱۰۰۰\ kg/m^3)$

وزن مخصوص

$$\gamma = \rho g \qquad (۱-۴)$$

که در آن γ وزن مخصوص و g شتاب ثقل است. بعد وزن مخصوص FL^{-3} و واحد آن در سيستم متريک N/m^3 است.

چگالي گاز ايده‌آل

$$p = \rho RT \qquad (۱-۵)$$

$$R = \frac{R_u}{M} = \frac{8.314\, kJ/kmol.K}{M} \qquad (۱-۶)$$

$$\frac{p_1 \forall_1}{T_1} = \frac{p_2 \forall_2}{T_2} \qquad (۱-۷)$$

مسايل ۱-۱۹ الي ۱-۲۳

که در آن p فشار مطلق، R ثابت گاز، T دماي مطلق (درجه‌ي کلوين)، R_u ثابت جهاني گاز و M وزن ملکولي گاز است.

۱-۴-۲ معيار جاري شدن (لزجت)

سيالاتي که در آنها ارتباط تنش برشي و نرخ کرنش خطي است، سيالات نيوتني ناميده مي‌شوند. بيشتر سيالات مانند آب، هوا، گازوييل و روغن از سيالات نيوتني محسوب مي‌شوند. خون و مايعات پلاستيکی نمونه‌هايي از سيالات غيرنيوتني هستند.

جريان آرام يک‌بعدي سيالات نيوتني

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = -\mu \frac{du}{dr} \qquad (۱-۸)$$

که در آن τ تنش برشي، μ لزجت ديناميکي، du/dy يا du/dr گراديان سرعت، y ارتفاع سيال از سطح جامد و r فاصله از محور تقارن جسم است. لزجت ديناميکي داراي بعد FTL^{-2} و واحد آن $kg/(m.s)$، $N.s/m^2$ يا $Pa.s$ است. واحد معمول ديگر لزجت ديناميکي پويز است که برابر با $Pa.s$ ۰/۱ است. نسبت لزجت ديناميکي به چگالي، لزجت سينماتيکي، υ است.

$$\upsilon = \frac{\mu}{\rho} \qquad (۱-۹)$$

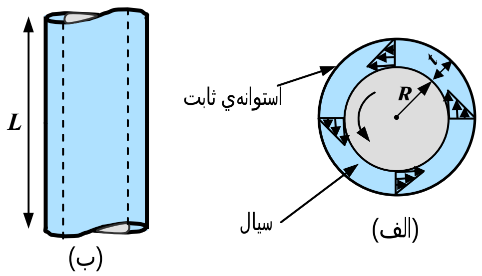
لزجت سيال هم به فشار و هم به دما بستگي دارد. لزجت سيال در اثر نيروي چسبندگي بين ملکول‌ها در مايعات و برخورد ملکولي در گازها ايجاد مي‌شود. لزجت در مايعات با افزايش دما، کاهش مي‌يابد، ولي در گازها با افزايش دما افزايش مي‌يابد. لزجت سيال با افزايش فشار، کمي افزايش مي‌يابد.

چنانچه لايه‌اي از سيال به ضخامت t در فاصله‌ي كوچك بين دو استوانه‌ي هم‌محور درنظر گرفته شود، شكل (۱-۱) و استوانه‌ي خارجي ثابت و استوانه‌ي داخلي با سرعت زاويه‌اي ω بچرخد، آن‌گاه گشتاور مورد نياز براي چرخش استوانه از رابطه‌ي (۱۰-۱) به‌دست مي‌آيد:

مسايل ۲۴-۱ الـى ۶۴-۱

$$T = \mu \frac{2\pi R^3 \omega L}{t} = \mu \frac{4\pi^2 R^3 \dot{n} L}{t} \qquad (۱۰-۱)$$

كه در آن T گشتاور، R شعاع داخلي استوانه، ω سرعت زاويه‌اي، $\dot{n}$ چرخش استوانه‌ي داخلي (دور بر ثانيه) و L طول استوانه است.



شكل ۱-۱ لايه‌اي از سيال در فضاي بين دو استوانه‌ي هم محور؛ الف) ديد از بالا، ب) ديد از كنار.

۱-۴-۳ معيار تراكم‌پذيري

مدول حجمي

$$E_v = -\frac{dp}{d\forall/\forall} = \frac{dp}{d\rho/\rho} \qquad (۱۱-۱)$$

كه در آن E_v مدول حجمي يا مدول الاستيسيته‌ي حجمي است. بعد مدول حجمي FL^{-2} و واحد آن در سيستم متريك N/m^2 (Pa) است.

تراكم‌پذيري و انبساط در گازها

$$\frac{p}{\rho} = RT = \text{ثابت} \quad ; \quad p_1\forall_1 = p_2\forall_2 \qquad \text{فرايند همدما} \quad (۱۲-۱)$$

$$\frac{p}{\rho^k} = \text{ثابت} \quad ; \quad p_1\forall_1^k = p_2\forall_2^k \qquad \text{فرايند همرفت} \quad (۱۳-۱)$$

$$k = \frac{c_p}{c_v} \quad ; \quad R = c_p - c_v \qquad (۱۴-۱)$$

$$E_v = \frac{dp}{d\rho/\rho} = p \qquad \text{فرايند همدما} \quad (۱۵-۱)$$

$$E_v = kp \qquad \text{فرايند همرفت} \quad (۱۶-۱)$$

كه در آن k نسبت گرماي ويژه، c_p گرماي ويژه در فشار ثابت، c_v گرماي ويژه در حجم ثابت است.

سرعت صوت

مسايل ۶۵-۱ الـى ۷۶-۱

$$c = \sqrt{\frac{E_v}{\rho}} \qquad c \text{ سرعت صوت} \quad (۱۷-۱)$$

$$c = \sqrt{kRT} \qquad \text{فرايند همرفت} \quad (۱۸-۱)$$

۱-۴-۴ تعدادي ديگر از ويژگي‌هاي سيال

فشار بخار

چنانچه ظرف حاوي مايع سربسته باشد به‌نحوي كه در بالاي سطح مايع فضاي خالي وجود داشته باشد و در اين فضاي خالي مكشي ايجاد شود تا در آن خلأ شكل بگيرد، فشاري در نتيجه‌ي بخار حاصل از ملكول‌هاي خارج شده از سطح ايجاد مي‌شود. هنگامي‌كه شرايط تعادلي ايجاد شود، يعني تعداد ملكول‌هاي خارج شده از سطح سيال با تعداد ملكول‌هاي واردشده به سطح برابر شود، بخار اشباع شده و فشاري كه بخار بر سطح مايع وارد مي‌كند، فشار بخار ناميده مي‌شود. جوشيدن، كه تشكيل حباب‌هاي بخار درون سيال است، هنگامي آغاز مي‌شود كه فشار مطلق درون سيال به فشار بخار مايع برسد. مقادير فشار بخار آب در دماهاي مختلف در جدول (پ-۳) پيوست آمده است. در سيال جاري ممكن است مناطق كم‌فشار شكل بگيرد و چنانچه فشار از فشار بخار پايين‌تر رود، جوشيدن اتفاق افتاده و حباب‌هاي هوا در درون آب شكل مي‌گيرند. اين حباب‌هاي هوا، همراه جريان به مناطق پرفشار هدايت شده و در اين مناطق به‌صورت ناگهاني متلاشي شده و انرژي زيادي را به‌صورت ارتعاش ايجاد مي‌كنند كه باعث خوردگي و آسيب سازه‌اي مي‌شود. مراحل شكل‌گيري حباب‌هاي هوا و انتقال آنها به مناطق پرفشار و متلاشي شدن آنها را خلأزايي(كاويتاسيون) مي‌نامند.

مسايل ۷۷-۱ الـى ۷۹-۱

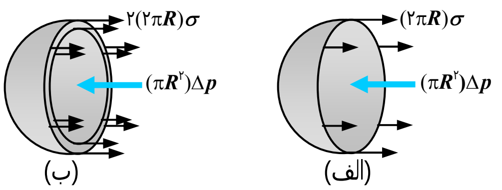
کشش سطحي

نيروهاي کششي که در اثر نيروهاي جاذبه‌ي بين‌ملکولي در سطح مايع به‌وجود مي‌آيد، کشش سطحي ناميده مي‌شود که با σ نشان داده مي‌شود. بعد کشش سطحي FL^{-1} و واحد آن در سيستم متريک N/m است. کشش سطحي در سطح مشترک مايع و گاز و يا دو مايع مخلوط نشدني به‌وجود مي‌آيد و عملکرد آن به‌نحوي است که همانند غشايي سطح سيال را دربر مي‌گيرد. ناخالصي‌ها، اثرات قابل ملاحظه‌اي بر کشش سطحي دارند. مواد شيميايي مشخص مانند مواد فعال در سطح مي‌توانند براي کاهش کشش سطحي به‌کار روند. نمك ها مانند کلريد سديم چنانچه در آب حل شوند، کشش سطحي را افزايش مي‌دهند.

يک قطره از مايع در هوا، يا حباب هوا در آب و يا حباب صابون در هوا را درنظر بگيريد [شکل (۱-۲)] که در آن Δp مقدار فشار اضافي افزون بر فشار آتمسفر و R شعاع قطره يا حباب است.

(۱-۱۹) قطره $$\Delta p = \frac{2\sigma}{R}$$

(۱-۲۰) حباب صابون $$\Delta p = \frac{4\sigma}{R}$$



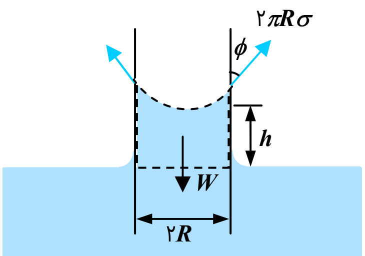
شکل ۱-۲ دياگرام آزاد نيمه‌جسم؛ الف) قطره يا حباب هوا، ب) حباب صابون.

مويينگي

از نتايج جالب ديگر کشش سطحي، اثرات مويينگي است. هنگامي‌که لوله‌اي با قطر کم درون مايع قرار داشته باشد، بالاآمدن يا پايين‌رفتن سطح مايع در آن، مويينگي است، شکل (۱-۳). زاويه‌ي تماس (ϕ) زاويه‌اي است که خط مماس بر سطح مايع در نقطه تماس، با سطح جامد مي‌سازد. نيروي کشش سطحي در راستاي خط مماس به‌طرف سطح جامد است. اگر براي مايعي $\phi < ۹۰°$ (مانند آب) باشد، آن را خيس‌شدني مي‌نامند. براي مايع‌هايي که $\phi > ۹۰°$ (مانند جيوه) است، آن را خيس‌نشدني مي‌نامند.

مسايل ۱-۸۰ الي ۱-۹۶

(۱-۲۱) h ارتفاع بالاآمدگي سيال در لوله $$h = \frac{2\sigma}{\gamma R}\cos\phi$$



شکل ۱-۳ نيروهاي اعمالي بر ستون سيال بالاآمده در اثر خاصيت مويينگي.

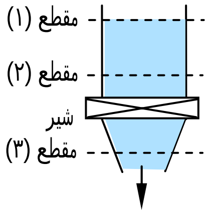
۱-۱، م ک، ۸۶ سيال در مقابل كدام نيرو قادر به مقاومت نمی‌باشد؟

۱) فشاری ۲) برشی ۳) ثقلی ۴) هرسه

پاسخ:

گزينه‌ي (۲). در بخش (۱-۱-۱) اشاره شد كه سيال در برابر كوچک‌ترين نيروي برشي به‌صورت پيوسته تغييرشكل می‌دهد.

۱-۲ در سيستم نشان داده شده در شكل، شير آب واقع در انتهاي مخزن به‌صورت ناگهاني باز می‌شود. بعد از گذشت مدت زماني، ارتفاع آب از مقطع (۱) به مقطع (۲) نزول می‌كند. كداميک از گزينه‌هاي زير در مورد نوع جريان در مقطع (۳) صادق است؟



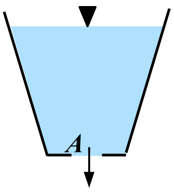
۱) جريان يكنواخت پايدار ۲) جريان يكنواخت ناپايدار

۳) جريان غيريكنواخت پايدار ۴) جريان غيريكنواخت ناپايدار

پاسخ:

گزينه‌ي (۴). باتوجه به اينكه سطح مقطع (۳) از سطح مقطع (۱) كوچک‌تر است، درنتيجه سرعت در مقطع (۳) از سرعت در مقطع (۱) بيشتر است. مطابق مطالبي كه در بخش (۱-۲-۱) بيان شد، چون تغييرات مكاني سرعت از مقطع (۱) نسبت به مقطع (۳) وجود دارد، جريان غيريكنواخت است. چون سطح آب در مخزن با گذشت زمان افت می‌كند، سرعت خروجي كه متأثر از سطح آب در مخزن است، نسبت به زمان كم می‌شود و لذا جريان ناپايدار است.

۱-۳، م ك، ۸۸ در شكل نشان داده شده سيال موجود در مخزن از طريق روزنه‌ي A تخليه می‌شود. نوع جريان در مخزن چيست؟



۱) غيرماندگار- غيريكنواخت ۲) غيرماندگار- يكنواخت

۳) غيرماندگار- متغير مكاني ۴) ماندگار – غيريكنواخت

پاسخ:

گزينه‌ي (۱). باتوجه به اينكه سطح مقطع از بالاي مخزن تا پايين آن متغير است، تغييرات مكاني سرعت در مخزن وجود دارد و جريان غيريكنواخت است. چون سطح آب در مخزن با گذشت زمان افت می‌كند، سرعت خروجي كه متأثر از سطح آب در مخزن است، نسبت به زمان كم می‌شود و لذا جريان ناپايدار (غيرماندگار) است.

۱-۴ كدام‌يک از گزينه‌هاي زير نشان‌دهنده‌ي جريان يک بعدي است؟

۱) جريان هواي در داخل يک لوله‌ي مستقيم ۲) جريان هوا كه از روي يک اتومبيل می‌گذرد

۳) جريان هوا كه از اطراف يک خانه می‌گذرد ۴) جريان هوا كه از اطراف يک لوله می‌گذرد

پاسخ:

گزينه‌ي (۱). جريان يک‌بعدي جرياني است كه داراي يک مؤلفه‌ي سرعت است و دو مؤلفه‌ي ديگر آن ناچيز فرض می‌شود. غير از گزينه‌ي (۱) كه جريان می‌تواند به‌صورت يک‌بعدي وجود داشته باشد، در بقيه‌ي گزينه‌ها ممكن است جدايي جريان اتفاق افتد و لذا جريان دو يا سه‌بعدي خواهد شد.

۱-۵، م ك، ۸۵ جريان با ميدان سرعت $\vec{v} = 2tx\hat{i} - t^2 y\hat{j} + 3xz\hat{k}$ وجود دارد. مشخص كنيد جريان چندبعدي است و آيا ماندگار است يا غيرماندگار؟

۱) جريان يک‌بعدي ماندگار ۲) جريان دوبعدي ماندگار

۳) جريان سه‌بعدي غيرماندگار ۴) جريان دوبعدي غيرماندگار

پاسخ:

گزینه‌ی (۳). باتوجه به بردار سرعت، مؤلفه‌های آن به‌صورت زیر در می‌آید:

$$u = 2tx \quad ; \quad v = -t^2 y \quad ; \quad w = 3xz$$

در این مؤلفه‌ها سه بعد x، y و z وجود دارد و لذا جریان سه‌بعدی است. همچنین متغیر زمان t نیز وجود دارد و سرعت تابع زمان است و لذا جریان ناپایدار (غیرماندگار) است.

۱-۶، م ک ، ۸۶ نوع رابطه‌ی جریان به‌صورت رابطه‌ی سرعت به صورت روبه‌رو بیان شده است: $\vec{v} = 4zt\hat{i} + 3x\hat{j}$

نوع جریان چه می‌باشد؟

۱) جریان دوبعدی، غیرماندگار و غیریکنواخت
۲) جریان دوبعدی، ماندگار و غیریکنواخت
۳) جریان سه‌بعدی، ماندگار و غیریکنواخت
۴) جریان سه‌بعدی، غیرماندگار و یکنواخت

پاسخ:

گزینه‌ی (۱). باتوجه به بردار سرعت، مؤلفه‌های آن به‌صورت زیر در می‌آید:

$$u = 4zt \quad ; \quad v = 3x \quad ; \quad w = 0$$

در این مؤلفه‌ها دو بعد x و z وجود دارد و لذا جریان دوبعدی است. متغیر زمان t نیز وجود دارد و سرعت تابع زمان است و لذا جریان ناپایدار (غیرماندگار) است. همچنین، مقادیر سرعت با تغییر مختصات ثابت نیست و لذا جریان غیریکنواخت است.

۱-۷ با استفاده از جداول تبدیل واحد، مقادیر زیر را از سیستم واحد مربوطه به سیستم دیگر تبدیل کنید (یعنی چنانچه سیستم واحد آن متریک است به سیستم انگلیسی تبدیل شود و بالعکس):

(الف) $۸۵/۹\ mm^3$ (ب) $۵۳۶\ N/m^2$ (ج) $۳۲۱\ hp$ (د) $۲۱۰\ psi$

(ه) $۴/۸۱\ slug$ (و) $۲\times۱۰^{-۳}\ N.s/m^2$ (ز) $۹۲/۱\ J$ (ح) $-۱۰۰°F$

پاسخ:

مطابق جدول‌های (پ-۱) و (پ-۲) می‌توان ضریب‌های تبدیل از سیستم SI به BG و بالعکس را به‌صورت زیر به‌دست آورد:

(الف)
$$\left(85.9\,mm^3\right)\left(\frac{1}{1000}\frac{m}{mm}\right)^3\left(3.281\frac{ft}{m}\right)^3 = 3.03\times10^{-6}\ ft^3$$

(ب)
$$\left(536\frac{N}{m^2}\right)\left(2.089\times10^{-2}\frac{lb/ft^2}{N/m^2}\right) = 11.1974\ lb/ft^2\ (psf)$$

(ج)
$$(321\,hp)\left(7.457\times10^2\frac{W}{hp}\right) = 239369.7\ W$$

(د)
$$(210\,psi)\left(6.895\times10^3\frac{N/m^2}{psi}\right) = 1447950\ N/m^2$$

(ه)
$$(4.81\,slug)\left(1.459\times10^1\frac{kg}{slug}\right) = 70.173\ kg$$

(و)
$$\left(2\times10^{-3}\,N.s/m^2\right)\left(2.089\times10^{-2}\frac{lb.s/ft^2}{N.s/m^2}\right) = 4.18\times10^{-5}\ lb.s/ft^2$$

(ز)
$$(92.1\,J)\left(7.376\times10^{-1}\frac{ft.lb}{J}\right) = 67.933\ ft.lb$$

(ح)
$$T_C = \frac{5}{9}\left({}^\circ F - 32\right) = \frac{5}{9}(-100-32) = -73.3\ {}^\circ C \quad ; \quad T_K = {}^\circ C + 273 = -73.3 + 273 = 199.7\ K$$

۱-۸ توان داده‌شده از طرف پمپ به آب از رابطه‌ي $P=\gamma QH$ به‌دست مي‌آيد که در آن P توان پمپ، γ وزن مخصوص و H هد آب بالا آمده توسط پمپ است. آيا اين رابطه به لحاظ ابعادي همگن است؟

پاسخ:

با استفاده از جدول (۱-۱) ابعاد ترم‌هاي مختلف و دو طرف رابطه‌ي بالا به‌صورت زير درمي‌آيد:

$$P \doteq FLT^{-1} \quad ; \quad \gamma \doteq FL^{-3} \quad ; \quad Q \doteq L^3T^{-1} \quad ; \quad H \doteq L$$

$$\left(FLT^{-1}\right) \doteq \left(FL^{-3}\right)\left(L^3T^{-1}\right)(L) \doteq FLT^{-1}$$ رابطه‌ی همگن

۱-۹ آيا رابطه‌ي زير به لحاظ ابعادي همگن است؟

$$\frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{u}{g}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial h}{\partial x}=\frac{iu}{gh}$$

که در آن g شتاب ثقل، u مؤلفه‌ي سرعت در راستاي محور x، t زمان، h عمق جريان و i معرف بارندگي (عمق آب در زمان) است.

پاسخ:

با استفاده از جدول (۱-۱) ابعاد ترم‌هاي مختلف و دو طرف رابطه‌ي بالا به‌صورت زير درمي‌آيد:

$$g \doteq LT^{-2} \quad ; \quad u \doteq i \doteq LT^{-1} \quad ; \quad t \doteq T \quad ; \quad x \doteq h \doteq L$$

$$\frac{1}{\left(LT^{-2}\right)}\frac{\left(LT^{-1}\right)}{(T)}+\frac{\left(LT^{-1}\right)}{\left(LT^{-2}\right)}\frac{\left(LT^{-1}\right)}{(L)}+\frac{(L)}{(L)}=\frac{\left(LT^{-1}\right)\left(LT^{-1}\right)}{\left(LT^{-2}\right)(L)} \quad ; \quad F^0L^0T^0 \doteq F^0L^0T^0$$ رابطه‌ی همگن

۱-۱۰ آيا رابطه‌هاي زير به لحاظ ابعادي همگن هستند؟

(الف) $a=\sqrt{\dfrac{E_v/\rho}{1+\dfrac{E_v}{E}\dfrac{D}{e}c}}$ (ب) $F=3\pi\mu DV$

که در آن F نيرو، μ لزجت ديناميکي، D قطر لوله، V سرعت، a سرعت موج، E_v مدول حجمي سيال، ρ چگالي سيال، E مدول الاستيسيته‌ي جسم جامد، e ضخامت ديواره‌ي لوله و c يک ضريب عددي است.

پاسخ:

(الف) با استفاده از جدول (۱-۱) ابعاد ترم‌هاي مختلف و دو طرف رابطه‌ي بالا به‌صورت زير درمي‌آيد:

$$a \doteq LT^{-1} \quad ; \quad E_v \doteq E \doteq FL^{-2} \quad ; \quad \rho \doteq ML^{-3} \doteq FL^{-4}T^2 \quad ; \quad D \doteq e \doteq L$$

$$\left(LT^{-1}\right) \doteq \left[\frac{\left(FL^{-2}\right)/\left(FL^{-4}T^2\right)}{1+\dfrac{\left(FL^{-2}\right)}{\left(FL^{-2}\right)}\dfrac{(L)}{(L)}}\right]^{1/2} \doteq \left[L^2T^{-2}\right]^{1/2} \doteq LT^{-1}$$ رابطه‌ی همگن

(ب) با استفاده از جدول (۱-۱) ابعاد ترم‌هاي مختلف و دو طرف رابطه‌ي بالا به‌صورت زير درمي‌آيد:

$$F \doteq F \quad ; \quad \mu \doteq FL^{-2}T \quad ; \quad D \doteq e \doteq L \quad ; \quad V \doteq LT^{-1}$$

$$(F) \doteq \left(FL^{-2}T\right)(L)\left(LT^{-1}\right) \doteq F$$ رابطه‌ی همگن

۱-۱۱ آيا رابطه‌ي زير به لحاظ ابعادي همگن است؟

$$\Delta h=\left(h_i+\frac{p_g+p_{atm}}{2\gamma_{hg}}\right)-\sqrt{\left(h_i+\frac{p_g+p_{atm}}{2\gamma_{hg}}\right)^2-\frac{2p_gh_i}{\gamma_{hg}}}$$

که در آن Δh و h_i معرف ارتفاع قرايت شده توسط فشارسنج، p_g و p_{atm} فشار و γ_{hg} وزن مخصوص جيوه است.

پاسخ:

با استفاده از جدول (۱-۱) ابعاد ترم‌هاي مختلف و دو طرف رابطه‌ي بالا به‌صورت زير درمي‌آيد:

$$\Delta h \doteq h_i \doteq L \quad ; \quad p_g \doteq p_{atm} \doteq FL^{-2} \quad ; \quad \gamma_{hg} \doteq FL^{-3}$$

$$(L) = \left[(L) + \frac{(FL^{-2}) + (FL^{-2})}{(FL^{-3})}\right] - \left\{\left[(L) + \frac{(FL^{-2}) + (FL^{-2})}{(FL^{-3})}\right]^2 - \frac{(FL^{-2})(L)}{(FL^{-3})}\right\}^{1/2}$$

$$L \doteq [(L)+(L)] - \left\{[(L)+(L)]^2 - (L^2)\right\}^{1/2} \doteq (L) - (L^2)^{1/2} \doteq L$$ رابطه‌ی همگن

۱ - ۱۲، مع، ۸۴ عدد بدون بعد با تركيب پارامترهاي افت فشار (Δp)، قطر (D)، چگالي (ρ)، سرعت دوراني (ω) و دبي عبوري (Q)، برابر است با:

۱) $\frac{\rho \Delta p}{D^2 \omega^2}$ ۲) $\frac{\rho \omega^2}{\Delta p D^2}$ ۳) $\frac{\Delta p \omega^2}{\rho D^2}$ ۴) $\frac{\Delta p}{\rho D^2 \omega^2}$

پاسخ:

گزينه‌ي (۴). با استفاده از جدول (۱-۱) ابعاد ترم‌هاي مختلف و دو طرف رابطه‌هاي بالا به‌صورت زير درمي‌آيد:

$$\Delta p \doteq FL^{-2} \quad ; \quad \rho \doteq FL^{-4}T^2 \quad ; \quad d \doteq L \quad ; \quad \omega \doteq T^{-1}$$

$$\frac{\rho \Delta p}{D^2 \omega^2} \doteq \frac{(FL^{-4}T^2)(FL^{-2})}{(L)^2 (T^{-1})^2} \doteq \frac{F^2 L^{-6} T^2}{L^2 T^{-2}} \doteq F^2 L^{-4} T^4$$

$$\frac{\rho \omega^2}{\Delta p D^2} \doteq \frac{(FL^{-4}T^2)(T^{-1})^2}{(FL^{-2})(L)^2} \doteq \frac{FL^{-4}T^{-2}}{F} \doteq L^{-4}T^{-2}$$

$$\frac{\Delta p \omega^2}{\rho D^2} \doteq \frac{(FL^{-2})(T^{-1})^2}{(FL^{-4}T^2)(L)^2} \doteq \frac{FL^{-2}T^{-2}}{FL^{-2}T^2} \doteq T^{-4}$$

$$\frac{\Delta p}{\rho D^2 \omega^2} \doteq \frac{(FL^{-2})}{(FL^{-4}T^2)(L)^2 (T^{-1})^2} \doteq \frac{FL^{-2}}{FL^{-2}} \doteq F^0 L^0 T^0$$

۱-۱۳ اختلاف فشار در اثر انسداد رگ‌هاي بدن از رابطه‌ي تقريبي زير به‌دست مي‌آيد:

$$\Delta p = K_v \frac{\mu V}{D} + K_u \left(\frac{A_0}{A_1} - 1\right)^2 \rho V^2$$

که در آن V سرعت خون در رگ، μ لزجت ديناميکي خون، ρ چگالي خون، D قطر رگ، A_0 مساحت قسمت باز رگ و A_1 مساحت قسمت مسدود شده‌ي رگ است. ابعاد ضريب‌هاي K_v و K_u را طوري تعيين کنيد که اين رابطه به لحاظ ابعادي همگن باشد. آيا اين رابطه در هر سيستم واحد اندازه‌گيري معتبر است؟

پاسخ:

رابطه‌ي همگن در هر سيستم واحد اندازه‌گيري معتبر است. با استفاده از جدول (۱-۱) ابعاد ترم‌هاي مختلف و دو طرف رابطه‌ي بالا به‌صورت زير درمي‌آيد:

$$\Delta p \doteq FL^{-2} \quad ; \quad \mu \doteq FL^{-2}T \quad ; \quad V \doteq LT^{-1} \quad ; \quad D \doteq L \quad ; \quad A_0 \doteq A_1 \doteq L^2 \quad ; \quad \rho \doteq FL^{-4}T^2$$

$$\left(FL^{-2}\right) \doteq K_v \frac{\left(FL^{-2}T^{1}\right)\left(LT^{-1}\right)}{\left(L\right)} + K_u \left[\frac{\left(L^2\right)}{\left(L^2\right)} - 1\right]^2 \left(FL^{-4}T^2\right)\left(LT^{-1}\right)^2 \doteq K_v\left(FL^{-2}\right) + K_u\left(FL^{-2}\right)$$

درصورتي بعد دو طرف رابطه‌ي فوق يكسان است كه ضريب‌هاي K_v و K_u بي‌بعد باشند. در آن‌صورت، رابطه‌ي فوق در هر سيستم واحد اندازه‌گيري معتبر است.

۱-۱۷ رابطه‌ي زير براي تخمين دبي جريان (حجم در واحد زمان)، Q، بر روي سرريز يک سد استفاده مي‌شود:

$$Q = C\sqrt{2g}B\left(H + \frac{V^2}{2g}\right)^{3/2}$$

كه در آن C ضريب ثابت، g شتاب ثقل، B عرض سرريز، H عمق آب عبوري از روي سرريز و V سرعت جريان در بالادست سد است. آيا اين رابطه در هر سيستم واحدي معتبر است؟

پاسخ:

رابطه‌ي همگن در هر سيستم واحد اندازه‌گيري معتبر است. با استفاده از جدول (۱-۱) ابعاد ترم‌هاي مختلف و دو طرف رابطه‌ي بالا به‌صورت زير درمي‌آيد:

$$Q \doteq L^3T^{-1} \quad ; \quad g \doteq LT^{-2} \quad ; \quad B \doteq H \doteq L \quad ; \quad V \doteq LT^{-1}$$

$$Q = C\sqrt{2g}B\left(H + \frac{V^2}{2g}\right)^{3/2} \quad ; \quad \left(L^3T^{-1}\right) \doteq \left(LT^{-2}\right)^{1/2}\left(L\right)\left[\left(L\right) + \frac{\left(LT^{-1}\right)^2}{\left(LT^{-2}\right)}\right]^{3/2}$$

$$L^3T^{-1} \doteq \left(LT^{-2}\right)^{1/2}\left(L\right)\left[\left(L\right)+\left(L\right)\right]^{3/2} \doteq \left(LT^{-2}\right)^{1/2}\left(L\right)\left(L\right)^{3/2} \doteq L^3T^{-1}$$ رابطه همگن

رابطه‌ي فوق در هر سيستم واحد اندازه‌گيري معتبر است.

۱-۱۵ در رابطه‌ي همگن زير، بعد ضريب‌هاي A و B را به‌دست آوريد:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + A\frac{\partial x}{\partial t} + Bx = 0$$

كه در آن x طول و t زمان است.

پاسخ:

با استفاده از جدول (۱-۱) ابعاد ترم‌هاي مختلف و دو طرف رابطه‌ي بالا به‌صورت زير درمي‌آيد:

$$x \doteq L \quad ; \quad t \doteq T^1 \quad ; \quad \frac{L}{T^2} + A\frac{L}{T} + B\left(L\right) = 0$$

باتوجه به اينكه كليه‌ي ترم‌هاي رابطه‌ي فوق بايد بي‌بعد باشند، بعد ضريب‌هاي A و B به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$A \doteq \frac{LT^{-2}}{LT^{-1}} \doteq \underline{\underline{T^{-1}}} \quad ; \quad B \doteq \frac{LT^{-2}}{L} \doteq \underline{\underline{T^{-2}}}$$

۱-۱۶ اگر رابطه‌ي زير به لحاظ ابعادي همگن باشد، متغير ϕ بايستي چه بعدي داشته باشد؟

$$\frac{r\partial^2\phi}{\partial r^2} + \frac{\partial\phi}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial^2\phi}{\partial\theta^2} + \frac{r\partial^2\phi}{\partial z^2} = 0$$

كه در آن r، θ و z به‌ترتيب معرف محورهاي مختصات در سيستم دستگاه استوانه‌اي هستند.

پاسخ:

رابطه‌ي همگن است كه بعد ترم‌هاي رابطه يكسان باشد. با استفاده از جدول (۱-۱) ابعاد دو ترم رابطه‌ي فوق به‌صورت زير درمي‌آيد:

$$\begin{cases} \dfrac{r\partial^2\phi}{\partial r^2} \doteq \dfrac{(L)\phi}{L^2} \doteq \phi\left(L^{-1}\right) \\ \dfrac{\partial\phi}{\partial r} \doteq \dfrac{\phi}{L} \doteq \phi\left(L^{-1}\right) \end{cases}$$

از رابطه‌ي فوق مشخص است که متغير ϕ مي‌تواند هر بعدي داشته باشد.

۱-۱۷ رابطه‌ي ناوير- استوکس در جهت محور x به‌صورت زير است:

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+A\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$$

که در آن u، v و w به‌ترتيب مولفه‌هاي سرعت در راستاي سه محور x، y و z، p فشار و ρ چگالي سيال است. بعد ضريب A در رابطه‌ي بالا شبيه چه خاصيتي از سيال است؟

پاسخ:

رابطه‌اي همگن است که بعد ترم‌هاي رابطه يکسان باشد. با استفاده از جدول (۱-۱) ابعاد دو ترم و از آنجا بعد ضريب A به‌صورت زير درمي‌آيد:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} \doteq \dfrac{LT^{-1}}{T} \doteq LT^{-2} \\ A\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} \doteq A\dfrac{LT^{-1}}{L^2} \doteq A\left(L^{-1}T^{-1}\right) \end{cases} \quad ; \quad A \doteq \frac{LT^{-2}}{L^{-1}T^{-1}} \doteq L^2T^{-1}$$

بعد ضريب A شبيه بعد لزجت سينماتيکي است.

۱-۱۸ اگر رابطه‌ي زير به لحاظ ابعادي همگن باشد، متغير ϕ بايستي چه بعدي داشته باشد؟

$$\frac{\partial^4\phi}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4\phi}{\partial x^2\,\partial y^2}+\frac{\partial^4\phi}{\partial y^4}=-(1-\upsilon)\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right)$$

که در آن V سرعت و υ ضريب پواسون است.

پاسخ:

رابطه‌اي همگن است که بعد ترم‌هاي رابطه يکسان باشد. با استفاده از جدول (۱-۱) ابعاد دو ترم رابطه‌ي فوق به‌صورت زير درمي‌آيد:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^4\phi}{\partial x^4} \doteq \dfrac{\phi}{L^4} \doteq \phi\left(L^{-4}\right) \\ (1-\nu)\dfrac{\partial^2 V}{\partial x^2} \doteq \dfrac{\left(LT^{-1}\right)}{\left(L^2\right)} \doteq L^{-1}T^{-1} \end{cases} \quad ; \quad \phi \doteq \frac{L^{-1}T^{-1}}{L^{-4}} \doteq \underline{\underline{L^3T^{-1}}}$$

۱-۱۹ يک قطعه سنگ به وزن $5/56\ kN$ هنگاميکه در آب فرو مي‌رود، $2\ kN$ آب را جابجا مي‌کند. اگر دماي آب $15/6°C$ باشد، چگالي، چگالي نسبي و وزن مخصوص سنگ را محاسبه کنيد.

تذکر: با فرورفتن سنگ در آب، به‌اندازه‌ي وزن آب هم‌حجم سنگ، آب جابجا خواهد شد.

پاسخ:

از جدول (پ-۱) پيوست وزن مخصوص آب در دماي $15/6°C$ برابر $9796\ N/m^3$ به‌دست مي‌آيد. با استفاده از قانون داده شده، حجم سنگ و از آنجا چگالي [رابطه‌ی (۱-۲)]، چگالي نسبي [رابطه‌ی (۱-۳)] و وزن مخصوص سنگ [رابطه‌ی (۱-۴)] به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$W_w=\gamma_w \forall_b \quad ; \quad \forall=\frac{W}{\gamma}=\frac{(2000\,N)}{(9796\,N/m^3)}=0.204\,m^3 \quad ; \quad \gamma_b=\frac{W_b}{\forall_b}=\frac{(5560\,N)}{(0.204\,m^3)}=27233\,N/m^3=\underline{\underline{27.2\quad kN/m^3}}$$

$$\rho=\frac{\gamma_b}{g}=\frac{(27233\,N/m^3)}{(9.81\,m/s^2)}=\underline{\underline{2776\quad kg/m^3}} \quad ; \quad SG=\frac{\rho_b}{\rho_{w_{@4^\circ C}}}=\frac{(2776\,kg/m^3)}{(1000\,kg/m^3)}=\underline{\underline{2.78}}$$

۱-۲۰ تغييرات چگالي آب (ρ) بر حسب دما (T) در جدول زير داده شده است:

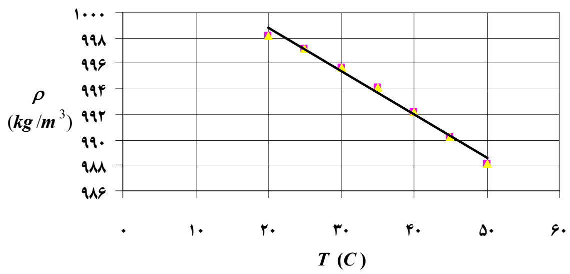
چگالي (kg/m^3)	۹۹۸/۲	۹۹۷/۱	۹۹۵/۷	۹۹۴/۱	۹۹۲/۲	۹۹۰/۲	۹۸۸/۱
دما ($^\circ C$)	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰

با استفاده از اين داده‌ها، رابطه‌اي تجربي به‌صورت $\rho=c_1+c_2T$ را بر داده‌ها برازش دهيد و نتايج پيش‌بيني شده را با مقادير داده شده مقايسه كنيد. چگالي آب در دماي $42/1^\circ C$ را نيز محاسبه كنيد.

پاسخ:

داده‌ها با استفاده از نرم‌افزار *Excel* در شكل زير رسم شده است. بهترين برازش خطي بر اين داده‌ها به‌صورت زير درمي‌آيد:

(۱) $\qquad \underline{\underline{\rho=1005.6+-0.34T}}$



در جدول زير برآورد نتايج با استفاده از رابطه‌ي (۱) و نتايج داده شده مقايسه گرديده است. هماطور كه ملاحظه مي‌شود، مقدار حداكثر خطا به ۰/۰۶ % محدود مي‌شود كه قابل صرفنظر كردن است. چگالي آب در دماي $42/1^\circ C$ با استفاده از رابطه‌ي (۱) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$\rho=1005.6+-0.34\left(42.1^\circ\right)=\underline{\underline{991.3\quad kg/m^3}}$$

دما ($^\circ C$)	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰
چگالي (kg/m^3) برآوردشده	۹۹۸/۲	۹۹۷/۱	۹۹۵/۷	۹۹۴/۱	۹۹۲/۲	۹۹۰/۲	۹۸۸/۱
چگالي (kg/m^3) داده‌شده	۹۹۸/۸	۹۹۷/۱	۹۹۵/۴	۹۹۳/۷	۹۹۲/۰	۹۹۰/۳	۹۸۸/۶
خطا (%)	۰/۰۶	۰	−۰/۰۳	−۰/۰۴	−۰/۰۲	۰/۰۱	۰/۰۵

۱-۲۱ يک بالن كروي با قطر ۶ متر از گاز هليم $20^\circ C$ و فشار مطلق ۲۰۰ kPa پر شده است. جرم گاز هليم را تعيين كنيد. مقدار ثابت گاز هليم، $2/077\times10^3\ J/(kg.K)$ درنظر گرفته شود.

پاسخ:

فرض مي‌شود كه هليم گاز ايده‌آل است. حجم بالن و از آنجا جرم گاز هليم از رابطه‌هاي (۱-۲) و (۱-۵) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$\forall=\frac{\pi}{6}D^3=\frac{\pi}{6}(6\,m)^3=113.1\,m^3 \quad ; \quad \rho=\frac{m}{\forall}=\frac{p}{RT} \quad ; \quad \frac{m}{(113.1\,m^3)}=\frac{(200\times10^3\,Pa)}{\left[2.077\times10^3\,J/(kg.K)\right](20+273)\,K}$$

$$\underline{m=37.2\quad kg}$$

۱-۲۲ فشار لاستيک اتومبيل به دماي هواي داخل آن بستگي دارد. اگر دماي هوا $25^\circ C$ باشد، فشارسنج عدد ۲۱۰ kPa را نشان مي‌دهد. چنانچه حجم لاستيک اتومبيل ۰/۰۲۵ m^3 باشد و دماي هوا درون آن به $50^\circ C$ افزايش يابد، فشار به چه ميزان افزايش مي‌يابد؟ همچنين، مقدار هوايي كه بايستي از لاستيک خارج شود تا همان فشار اوليه ايجاد شود، را محاسبه كنيد. فشار آتمسفر را ۱۰۰ kPa در نظر بگيريد و حجم لاستيک را در دو حالت يكسان درنظر بگيريد.

تذكر: فشارسنج فشار نسبي را نشان مي‌دهد كه براي به‌دست‌آوردن فشار مطلق، بايد به آن فشار آتمسفر را اضافه كرد. ضمناً، ثابت گاز براي هوا در دو حالت برابر ۰/۲۸۷ $kPa\ m^3/kg.K$ درنظر گرفته شود.

پاسخ:

اگر هوا به‌عنوان گاز ایده‌آل درنظر گرفته شود، مقدار فشار ثانویه با استفاده از رابطه‌ي (۱-۷) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$\frac{p_1\forall_1}{T_1}=\frac{p_2\forall_2}{T_2}=\frac{p_2\forall}{T_2} \quad ; \quad p_2=p_1\frac{T_2}{T_1}=\left[(210+100)\,kPa\right]\frac{(50+273)\,K}{(25+273)\,K}=\underline{\underline{336 \quad kPa}}$$

مقادير جرم گاز در دو حالت از رابطه‌ي (۱-۵) و از آنجا اختلاف آنها به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$p=\rho RT=\frac{m}{\forall}RT \quad ; \quad m=\frac{p\forall}{RT} \quad ; \quad \begin{cases} m_1=\dfrac{p_1\forall}{RT_1}=\dfrac{(310\,kPa)(0.025\,m^3)}{(0.287\,kPa.m^3/kg.K)(298\,K)}=0.0906\,kg \\ m_2=\dfrac{p_2\forall}{RT_2}=\dfrac{(310\,kPa)(0.025\,m^3)}{(0.287\,kPa.m^3/kg.K)(323\,K)}=0.0836\,kg \end{cases}$$

$$\Delta m=(0.0906\,kg)-(0.0836\,kg) \quad ; \quad \underline{\underline{\Delta m=0.0070 \quad kg}}$$

۱-۲۳ محفظه‌اي با ديواره‌هاي صلب حاوي ۹/۱ kg هواي ۲۱°C در فشار ۱۳۷/۹ kN/m^2 است. مقدار هوايي كه لازم است به محفظه اضافه شود تا دما و فشار آن به‌ترتيب به ۳۲/۲°C و ۲۴۱/۳ kN/m^2 برسد را محاسبه كنيد.

پاسخ:

اگر هوا گاز ايده‌آل و حجم تانك ثابت فرض شود، مقدار حجم اوليه با استفاده از رابطه‌ي (۱-۵) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$p=\rho RT=\frac{m}{\forall}RT \quad ; \quad \forall=\frac{m_1RT_1}{p_1} \quad ; \quad \forall=\frac{m_1RT_1}{p_1}=\frac{(9.1\,kg)(0.287\,kPa.m^3/kg.K)(294\,K)}{(137.9\,kPa)}=5.57\,m^3$$

جرم ثانويه‌ی هوا از رابطه‌ی (۱-۵) و از آنجا مقدار هوايي كه لازم است به محفظه اضافه مي‌شود به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$m_2=\frac{p_2\forall}{RT_2}=\frac{(241.3\,kPa)(5.57\,m^3)}{(0.287\,kPa.m^3/kg.K)(305.2\,K)}=15.32\,kg \quad ; \quad \Delta m=m_2-m_1=(15.32\,kg)-(9.1\,kg)=\underline{\underline{6.22 \quad kg}}$$

۱-۲۴، آم‌م، ۸۸ یک سیال ....

۱) لزج همواره دارای تنش برشی است.
۲) غیرلزج درصورت متحرک بودن دارای تنش برشی است.
۳) لزج درصورت متحرک بودن دارای تنش برشی است
۴) غیرلزج همواره دارای تنش برشی است.

پاسخ:

گزينه‌ي (۳). در بخش (۱-۴-۲) اشاره شد كه لزجت معيار جاري شدن و يا حركت سيال است.

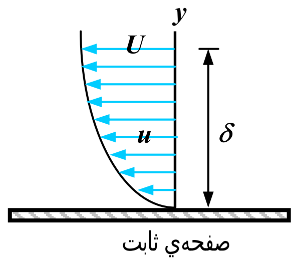
۱-۲۵، آم‌م، ۸۵، آم‌ک و ۸۶ توزیع سرعت يك مايع لزج (μ = ۰/۹ $N.s/m^2$) بر روي يك سطح صلب به وسيله‌ي رابطه‌ي V = ۰/۶۸ y–y^2 داده شده است. V سرعت مايع بر حسب متر بر ثانيه در فاصله‌ي y متر از سطح صلب مي‌باشد. تنش برشي در نقطه‌ي y = ۰/۱۷ m از سطح برابر است با:

۱) ۰/۶۱۲ N/m^2
۲) ۰/۱۵۳ N/m^2
۳) ۰/۳۰۶ N/m^2
۴) ۱/۲۲۴ N/m^2

پاسخ:

گزينه‌ي (۳). با رابطه‌ی داده شده، توزيع تنش برشي از رابطه‌ي (۱-۸) و از آنجا مقدار آن بر روي صفحه به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$\tau=\mu\frac{du}{dy}=\mu\frac{d}{dy}\left\{0.68y-y^2\right\}=\mu\left[0.68-2y\right]_{y=0.17m}=(0.9\,N.s/m^2)\left[0.68-2(0.17\,m)\right] \quad ; \quad \underline{\underline{\tau=0.306 \quad N/m^2}}$$



۱-۲۶ يک سيال نيوتني با چگالي نسبي ۰/۹۲ و لزجت سينماتيکي m^2/s ۰/۰۰۰۴ بر روي يک سطح ثابت مطابق شکل در جريان است. بر اساس اصل نلغزيدن سيال، سرعت سيال بر روي مرز ثابت برابر صفر است و تغييرات سرعت نزديک صفحه از رابطه‌ي زير پيروي مي‌کند:

$$\frac{u}{U}=\frac{3}{2}\frac{y}{\delta}-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3$$

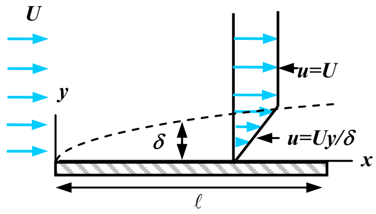
مقدار تنش برشي اعمال شده از طرف سيال بر صفحه‌ي پاييني را بر حسب U و δ بيان کنيد.

پاسخ:

باتوجه به توزيع سرعت داده شده، توزيع تنش برشي از رابطه‌ي (۱-۸) و از آنجا مقدار آن بر روي صفحه به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$\tau=\mu\frac{du}{dy}=\mu\frac{d}{dy}\left\{U\left[\frac{3}{2}\frac{y}{\delta}-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3\right]\right\}=\mu\left[\frac{3}{2}U\left(\frac{1}{\delta}-\frac{1}{\delta^3}y^2\right)\right]$$

$$\tau_{y=0}=\mu\left[\frac{3}{2}U\left(\frac{1}{\delta}-\frac{1}{\delta^3}(0)\right)\right]=\frac{3}{2\delta}\mu U=\frac{3}{2\delta}(\rho\upsilon)U=\frac{3}{2\delta}\left\{\left[(0.92)\left(1000\,kg/m^3\right)\right]\left(0.0004\,m^2/s\right)\right\}U=\underline{\underline{0.552\frac{U}{\delta}}}$$



۱-۲۷ هنگامي‌که سيال لزج از روي صفحه‌ي نازکي عبور مي‌کند، لايه‌ي بسيار نازک نزديک سطح صفحه شکل مي‌گيرد که در آن سرعت از مقدار صفر بر روي صفحه به مقدار U در ارتفاعي برابر δ مي‌رسد. اين لايه، لايه‌ي مرزي ناميده مي‌شود. ضخامت اين لايه با افزايش فاصله در امتداد محور x افزايش مي‌يابد. چنانچه $\delta=3/5\sqrt{\upsilon x/U}$ که υ لزجت سينماتيکي سيال است، نيروي وارد از طرف سيال بر دو طرف صفحه به طول ℓ و به ضخامت b را محاسبه کنيد.

پاسخ:

مقدار نيروي وارد بر روي دو طرف صفحه با استفاده از رابطه‌ي (۱-۸) و توزيع سرعت داده شده به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$F_\tau=\int_A\tau dA=2\int_0^\ell\left(\mu\frac{du}{dy}\right)(bdx)=2b\mu\int_0^\ell\frac{d}{dy}\left(\frac{Uy}{\delta}\right)dx=2bU\mu\int_0^\ell\frac{1}{\delta}dx=2bU\mu\int_0^\ell\frac{1}{\left(3.5\sqrt{\upsilon x/U}\right)}dx$$

$$F_\tau=\frac{2}{3.5}bU\mu\int_0^\ell\left(\frac{U}{\upsilon x}\right)^{1/2}dx=\frac{2}{3.5}\frac{bU^2\mu}{\sqrt{\upsilon}}\int_0^\ell x^{-1/2}dx=\frac{2}{3.5}\sqrt{\rho\mu}\,bU^{3/2}\int_0^\ell x^{-1/2}dx=\frac{2}{3.5}\sqrt{\rho\mu}\,bU^{3/2}\left(2\ell^{1/2}\right)$$

$$\underline{\underline{F_\tau=1.143bU\sqrt{\rho\mu\ell U}}}$$

۱-۲۸، مپ، ۸۶ سيال نيوتني با ويسکوزيته‌ي مطلق (μ) معادل $Pa.s$ ۰/۰۵ بين دو صفحه‌ي موازي با جريان کششي جريان دارد. در فاصله‌ي ۷۵ ميلي‌متري از ديواره‌ي ساکن، سرعت معادل m/s ۰/۷۵ است. مقدار تنش برشي را در فاصله‌ي ۵۰ ميلي‌متري از ديواره‌ي ساکن محاسبه کنيد؟

۱) Pa ۰/۶۷ ۲) Pa ۰/۵ ۳) Pa ۵ ۴) Pa ۶/۷

پاسخ:

گزينه‌ي (۲). با فرض توزيع خطي سرعت، مقدار تنش برشي با استفاده از رابطه‌ي (۱-۸) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$\tau=\left(\mu\frac{du}{dy}\right)=\left[(0.05\,Pa.s)\frac{(0.75\,m/s)}{(0.075\,m)}\right]\quad;\quad\underline{\underline{\tau=0.5\quad Pa}}$$

۱-۲۹، مپ، ۸۹ صفحه‌اي به قطر mm ۱۰۰ موازي با فاصله‌ي mm ۱ از يك صفحه‌ي ساکن قرار دارد و بين آنها سيالي با ويسکوزيته‌ي $kg/m.s$ ۰/۱ واقع است. نيروي لازم براي حرکت آن با سرعت m/s ۴ چند نيوتن است؟ ($\pi=3$)

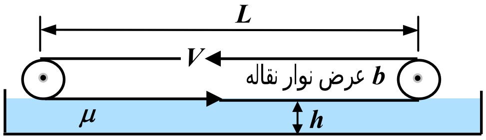
۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ:

گزینه‌ي (۲). با فرض توزیع خطي سرعت، مقدار نیروي لازم به‌صورت زیر به‌دست مي‌آید:

$$F_{\tau w}=\tau A=\left(\mu\frac{du}{dy}\right)\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)=\left[(0.1\,kg/m.s)\frac{(4\,m/s)}{(0.001m)}\right]\left[\frac{\pi(0.1m)^2}{4}\right]\quad;\quad \underline{\underline{F_{\tau w}=3\quad N}}$$

۱-۳۰ مطابق شکل نوار نقاله‌اي با سرعت V در حال حرکت است و درحین حرکت، لایه‌ي سطحي یك تانك حاوي روغني را لمس مي‌کند. با فرض توزیع خطي سرعت، رابطه‌اي براي توان مورد نیاز P براي چرخاندن نوار نقاله به‌صورت تابعي از (μ، b، V، L و h) استخراج کنید.

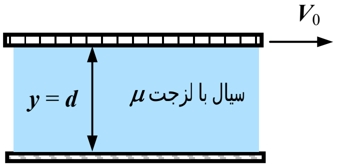


پاسخ:

توان مورد نیاز براي به‌حرکت درآوردن نوار نقاله با استفاده از رابطه‌ی (۱-۸) به‌صورت زیر به‌دست مي‌آید:

$$P=\vec{F}\cdot\vec{V}=\overbrace{\tau_{oil}A_{belt}}^{F}V_{belt}=\left(\mu\frac{V}{h}\right)(bL)V\quad;\quad \underline{\underline{P=\mu V^2 b\frac{L}{h}}}$$

۱-۳۱، آم ک، ۸۹ یک صفحه‌ی بزرگ با سرعت V_0 بر روی یک لایه‌ي سیال به ضخامت d در حال حرکت بوده و سیال در تماس با صفحه همان سرعت صفحه را دارا است. درصورتی‌که پروفیل سرعت سهموی ($V^2=ay$) و تنش برشی وارد شده بر صفحه‌ی متحرک τ_1 نامیده و برای حالتی‌که پروفیل سرعت خطی و تنش برشی وارد بر صفحه‌ی متحرک را τ_2 نامیده شود، نسبت τ_1/τ_2 برابر است با:



۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$

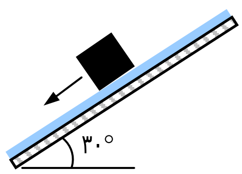
۳) ۱ ۴) $\frac{۱}{۲}$

پاسخ:

گزینه‌ي (۴). توزیع سرعت سهمی با استفاده از شرط مرزی و از آنجا تنش برشی بر روی صفحه‌ی متحرک در دو حالت با استفاده از رابطه‌ی (۱-۸) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$V_0^2=ad\quad;\quad a=\frac{V_0^2}{d}\quad;\quad V=\frac{V_0}{\sqrt{d}}\sqrt{y}\quad;\quad \begin{cases}\tau_1=\mu\frac{du}{dy}=\mu\frac{d}{dy}\left(\frac{V_0}{\sqrt{d}}\sqrt{y}\right)=\mu\frac{V_0}{2d}\\ \tau_2=\mu\frac{du}{dy}=\mu\frac{V_0}{d}\end{cases}\quad;\quad \underline{\underline{\frac{\tau_1}{\tau_2}=\frac{1}{2}}}$$

۱-۳۲، م‌ع، ۸۸ صفحه‌ای به جرم ۲ kg و ابعاد یك متر در یك متر بر روي سطح شیب‌داري با زاویه‌ي °۳۰ با امتداد افق به سمت پایین و با سرعت ۲ cm/s در حال حرکت است. صفحه توسط روغني با μ=۰/۰۶ $N.s/m^2$ از سطح جدا شده است. با صرف‌نظر کردن از اثرات لبه و اصطکاك هوا، فاصله‌ي صفحه از سطح شیب‌دار بر حسب mm چقدر است؟ (g=۱۰ m/s^2)



۱) ۰/۰۱۲ ۲) $۰/۰۴\sqrt{۳}$ ۳) $۰/۰۴\sqrt{۳}$ ۴) ۰/۱۲

پاسخ:

گزینه‌ي (۴). تنش برشي در کف بلوک از رابطه‌ی (۱-۸) به‌صورت زیر محاسبه مي‌شود:

$$\tau=\mu\frac{du}{dy}=(0.06\,Pa.s)\frac{(0.02\,m/s-0)}{a}\quad;\quad \tau=\frac{0.0012}{a}$$

كه در آن a ضخامت لايه‌ي روغن است. لازم به‌ذكر است كه سرعت نهايي در شرايط تعادل بلوك مكعبي حاصل مي‌شود . قانـون دوم نيوتن در راستاي حركت بلوك به‌صورت زير به دست مي‌آيد:

$$\sum F=0 \quad ; \quad \tau A - W\sin\alpha = 0 \quad ; \quad \left(\frac{0.0012}{a}\right)\left[(1m)(1m)\right]-\left[(2kg)\left(10\,m/s^2\right)\right]\sin\left(30^\circ\right)=0$$

$$\underline{\underline{a=0.12 \quad mm}}$$

۱ - ۳۳ ، من، ۸۸

مكعبي فولادي به ضلع a بر روي سطح شيب‌دار، روي يك فيلم نازك روغن با سرعت ثابت به طرف پايين مي‌لغزد. پروفيل سرعت در فيلم روغن را مي‌توان خطي فرض كرد. اگر اضلاع مكعب دو برابر شوند، سرعت مكعب چند برابر خواهد شد؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ‏ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ‏ ۳) ۲ ‏ ۴) ۴

پاسخ:

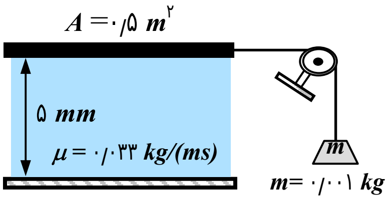
گزينه‌ي (۳). تعادل نيروهاي برشي روغن و وزن مكعب در جهت شيب با استفاده از رابطه‌ي (۱-۸) به‌صورت زير درمي‌آيد:

$$W=F_\tau \quad ; \quad \gamma \overbrace{\forall_{cube}}^{a^3}\sin\theta=\mu\frac{V}{t}\overbrace{A}^{a^2} \quad ; \quad V=\frac{\gamma a t\sin\theta}{\mu}$$

بنابراين سرعت با اندازه ضلع مكعب رابطه‌ي مستقيم دارد. لذا، با دو برابر شدن اضلاع مكعب، سرعت نيز دو برابر مي‌شود.

۱ - ۳۴ ، مش‌ب، ۸۶

لايه‌اي از روغن بين دو صـفحه‌ي مـوازي مـطابق شكل قرار گرفته است. سرعت حركت صفحه‌ي فوقاني را بر حسب mm/s حساب كنيد. (g=۱۰ m/s^2)



۱) $\frac{۱}{۳}$ ‏ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ‏ ۳) ۱/۵ ‏ ۴) ۳

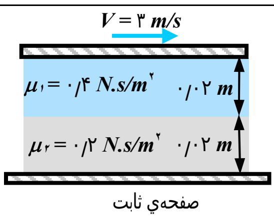
پاسخ:

گزينه‌ي (۴). قانون دوم نيوتن در راستاي حركت صفحه با استفاده از رابطه‌ي (۱-۸) به‌صورت زير درمي‌آيد:

$$\sum F=0 \quad ; \quad \tau A - W = 0 \quad ; \quad \mu\frac{du}{dy}A=mg$$

$$(0.033\ kg/m.s)\frac{U}{(0.005\,m)}\left(0.5\,m^2\right)=(0.001\,kg)\left(10\,m/s^2\right) \quad ; \quad \underline{\underline{U=3 \quad mm/s}}$$

۱-۳۵ دو لايه‌ي سيـال مطابـق شـكل بر روي همديگر قـرار دارد و صفحـه‌ي بالايـي با سرعت V حركت مي‌كنـد. چنانچه صفحه‌ي پاييني ثابت درنظر گرفته شـود و سـرعت در سطح تماس دو لايه ۲ m/s باشد، مقدار نسبت تنش برشي اعمالي از طرف سيـال بالايـي بر صفحه‌ي بالايي بر تنش برشي اعمالي از طرف سيال پاييني بر صفحه‌ي پاييني چقدر است؟

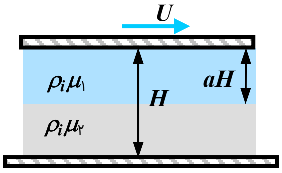


پاسخ:

فرض مي‌شود كه توزيع سرعت بين دو صفحه خطي است. مقدار تنش برشي بر صفحه‌ي بالايي، τ_u، و تنش برشي بر صفحه‌ي پاييني، τ_d، با استفاده از رابطه‌ي (۱-۸) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$\begin{cases}\tau_u=\mu_1\dfrac{du_1}{dy_1}=\mu_1\dfrac{\Delta u_1}{\Delta y_1}=(0.4\,Pa.s)\dfrac{(3\,m/s)-(2\,m/s)}{(0.02\,m)}=20\,Pa\\ \tau_d=\mu_2\dfrac{du_2}{dy_2}=\mu_2\dfrac{\Delta u_2}{\Delta y_2}=(0.2\,Pa.s)\dfrac{(2\,m/s)-0}{(0.02\,m)}=20\,Pa\end{cases} \quad ; \quad \frac{\tau_u}{\tau_d}=\frac{20\,Pa}{20\,Pa} \quad ; \quad \underline{\underline{\frac{\tau_u}{\tau_d}=1}}$$

۱-۳۶، م‌ش، ۸۷، م‌ش و م‌ه، ۸۷ دو مایع غیرقابل اختلاط با دانسیته‌ي یکسان و ویسکوزیته‌هاي متفاوت فضاي بین دو صفحه‌ي افقي را پر کرده‌اند و صفحه‌ي بالايي با سرعت ثابت U حرکت مي‌کند. اگر فاصله‌ي دو صفحه H، ضخامت مایع اول aH و ضخامت مایع دوم $(1-a)H$ باشد، سرعت سطح تماس دو مایع را محاسبه کنید. درجهت حرکت مایع فشار ثابت است.



۱) $U\dfrac{\mu_1/\mu_2\,(1-a)}{(1-a)+a\,\mu_1/\mu_2}$ ۲) $U\dfrac{(1-a)}{a+(1-a)\,\mu_1/\mu_2}$

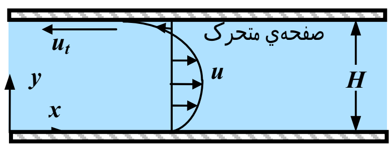
۳) $U\dfrac{\mu_1/\mu_2\,(1-a)}{a+(1-a)\,\mu_1/\mu_2}$ ۴) $U\dfrac{a\,\mu_1/\mu_2}{a+(1-a)\,\mu_1/\mu_2}$

پاسخ:

گزینه‌ي (۳). با برابري مقدار تنش برشي که از سیال بالايي و از سیال پاییني در سطح تماس دو سیال به‌دست مي‌آید، سرعت در سطح تماس دو سیال، U_T، با استفاده از رابطه‌ي (۱-۸) به‌صورت زیر به‌دست مي‌آید:

$$\begin{cases}\tau_1=\mu_1\dfrac{du_1}{dy_1}=\mu_1\dfrac{U-U_T}{aH}\\ \tau_2=\mu_2\dfrac{du_2}{dy_2}=\mu_2\dfrac{U_T}{(1-a)H}\end{cases}\quad;\quad \mu_1\frac{U-U_T}{aH}=\mu_2\frac{U_T}{(1-a)H}\quad;\quad \underline{\underline{U_T=U\frac{\mu_1/\mu_2\,(1-a)}{a+(1-a)\,\mu_1/\mu_2}}}$$

۱-۳۷ جریان آرام بین دو صفحه‌ي افقي موازي در اثر گرادیان فشار در جهت محور x اتفاق مي‌افتد. صفحه‌ي بالايي با سرعت u_t به طرف چپ حرکت مي‌کند. چنانچه توزیع سرعت از رابطه‌ي زیر تبعیت کند، تنش‌های برشي اعمالي از طرف سیال بر صفحه‌ي بالايي و صفحه‌ي پاییني را محاسبه کنید.



$$u=-\frac{1}{2}\frac{\gamma}{\mu}\frac{dp}{dx}\left(Hy-y^2\right)+u_t\frac{y}{H}$$

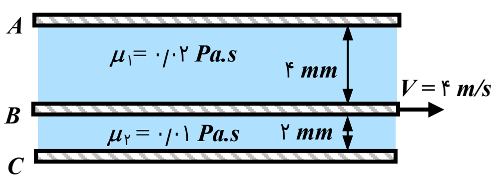
پاسخ:

توزیع تنش برشي و از آنجا مقدار تنش برشي بر صفحه‌ي بالايي، τ_u، و تنش برشي بر صفحه‌ي پاییني، τ_d، با استفاده از رابطه‌ي (۱-۸) به‌صورت زیر به‌دست مي‌آید:

$$\tau=\mu\frac{du}{dy}=\mu\frac{d}{dy}\left[-\frac{1}{2}\frac{\gamma}{\mu}\frac{dp}{dx}\left(Hy-y^2\right)+u_t\frac{y}{H}\right]=-\frac{\gamma}{2}\frac{dp}{dx}(H-2y)+\frac{\mu u_t}{H}$$

$$\begin{cases}\tau_u=-\dfrac{\gamma}{2}\dfrac{dp}{dx}(H-2H)+\dfrac{\mu u_t}{H}\\ \tau_d=-\dfrac{\gamma}{2}\dfrac{dp}{dx}(H-0)+\dfrac{\mu u_t}{H}\end{cases}\quad;\quad\begin{cases}\underline{\underline{\tau_u=\dfrac{\gamma}{2}\dfrac{dp}{dx}H+\dfrac{\mu u_t}{H}}}\\ \underline{\underline{\tau_d=-\dfrac{\gamma}{2}\dfrac{dp}{dx}H+\dfrac{\mu u_t}{H}}}\end{cases}$$

۱-۳۸، م ك، ۸۶ مطابق شکل زیر بین صفحات A، B و C سیالاتي با لزجت‌هاي نشان داده شده در روي شکل وجود دارد. در صورتي‌که صفحه‌ي B با سرعت ۴ متر در ثانیه حرکت کند، تنش برشي اعمال شده بر صفحات A و B به ترتیب برحسب نیوتن بر متر مربع را محاسبه کنید.



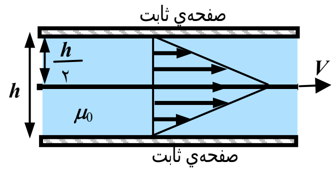
۱) ۱۰ و ۱۰ ۲) ۲۰ و ۱۰ ۳) ۱۰ و ۲۰ ۴) ۲۰ و ۲۰

پاسخ:

گزینه‌ي (۴). فرض مي‌شود که توزیع سرعت بین دو صفحه خطي است و لذا تنش برشي در سیال بین دو صفحه‌ي A و B ثابت است. مقدار تنش برشي بر صفحه‌ی A، τ_A، و تنش برشي بر صفحه‌ي B، τ_B، با استفاده از رابطه‌ي (۱-۸) به‌صورت زیر به‌دست مي‌آید:

$$\tau_A=\tau_B=\mu_1\frac{du_1}{dy_1}=\mu_1\frac{\Delta u_1}{\Delta y_1}=(0.02\,Pa.s)\frac{(4\,m/s)-0}{(0.004\,m)}\quad;\quad\underline{\underline{\tau_A=\tau_B=20\quad Pa}}$$

۱ - ۳۹، ماب، ۸۶، و ماد، ۸۶، و مف، ۸۶ در بين دو صفحه‌ي موازي كه به فاصله‌ي h از يكديگر مي‌باشند، روغني با لزجت μ_0 پر شده است. يك ورق نازك به مساحت A با سرعت ثابت مطابق شـكل كشيـده مي‌شود. نيروي مقاومت F در مقابل حـركت ورق با كداميـك از روابـط زير بيـان مي‌شـود.



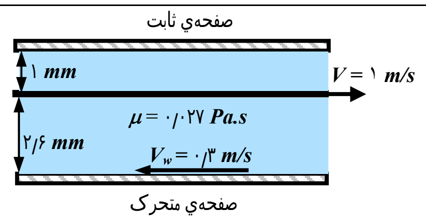
۱) $\frac{V\mu_0 A}{h}$ ۲) $\frac{۴V\mu_0 A}{h}$ ۳) $\frac{V\mu_0 A}{۴h}$ ۴) $\frac{۲V\mu_0 A}{h}$

پاسخ:

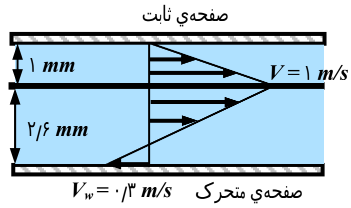
گزينه‌ي (۲). مجموع نيروي ناشي از تنش برشي سيال در بالاي صفحه، $\tau_۱$، و نيروي ناشي از تنش برشي سيال در پايين صفحه، $\tau_۲$، كه بر دو طرف صفحه وارد مي‌شود، با استفاده از رابطه‌ی (۱-۸) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$F=(\tau_1+\tau_2)A=A\left(\mu_0\frac{du_1}{dy_1}+\mu_0\frac{du_2}{dy_2}\right)=A\left(\mu_0\frac{V}{(h/2)}+\mu_0\frac{V}{(h/2)}\right) \quad ; \quad \underline{\underline{F=\frac{4V\mu_0 A}{h}}}$$

۱-۴۰ صفحه‌ي نـازک مـربعي به ابعاد $۰/۳\ m\times ۰/۳\ m$ از ميـان لايـه‌ي روغـن به ضخامت $۳/۶\ mm$ كه بين دو صفحه قرار دارد بـا سـرعت $۱\ m/s$ كشيده مي‌شود. چنانچه صفحه‌ي بـالايي ثـابت و صـفحه‌ي پـاييني با سـرعت $۰/۳\ m/s$ به‌طرف چـپ حركت كند، نمودار تغييرات سرعت را با فرض خطي‌بودن آن رسم كنيد. همچنين، نقطه‌اي كه در آن سرعت سيال صفر مي‌شود را مشخص كنيد و نيـروي وارد بر صفحـه‌ي نـازک براي ايجـاد ايـن حركـت را تعيين كنيـد.



پاسخ:



نـمودار تغييـرات سـرعت بيـن دو صفـحه با فرض خطي‌بودن توزيع سرعت در شكل روبه‌رو رسم شـده اسـت. باتوجـه به نمـودار رسم‌شـده، فاصلـه‌ي نقطه‌اي كه در آن سرعت سيال صفر مي‌شود به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

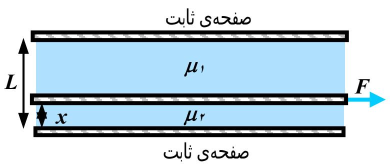
$$\frac{V_w}{V+V_w}=\frac{y}{(2.6\,mm)} \quad ; \quad y=\frac{(0.3\,m/s)}{(1\,m/s)+(0.3\,m/s)}(2.6\,mm) \quad ; \quad \underline{\underline{y=0.6\quad mm}}$$

نيروي تنش برشي بر دو طرف صفحه از رابطه‌ی (۱-۸) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$\begin{cases}\tau_1=\mu\dfrac{du_1}{dy_1}=(0.027\,Pa.s)\dfrac{(1\,m/s)-0}{(0.001\,m)}=27\,Pa\\[2ex]\tau_2=\mu\dfrac{du_2}{dy_2}=(0.027\,Pa.s)\dfrac{(1\,m/s)-(-0.3)}{(0.0026\,m)}=13.5\,Pa\end{cases} \quad ; \quad F=(\tau_1+\tau_2)A_p$$

$$F=\left[(27\,Pa)+(13.5\,Pa)\right]\left[(0.3\,m)(0.3\,m)\right] \quad ; \quad \underline{\underline{F=3.65\quad N}}$$

۱ - ۴۱، مپ، ۸۶ صفحه‌ي نازک و پهن به‌صورت عمودي جريان داخل يک كانال را از يكديگر جدا مي‌كند (مطابق شكل)، به‌طوري كه در طرفين آن دو سيال با لزجت‌هاي $\mu_۱$ و $\mu_۲$ قرار دارد. اگر $\mu_۱ = ۴\ \mu_۲$، پهناي كانال برابر L و صفحه تحت اثر نيروي كششي F با سرعت ثابت U حركت كنـد، پهناي بخشي از كانـال كه سيال $\mu_۲$ در آن قرار دارد (x) چقدر باشد تا نيروي F به حداقل برسد.



۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۵}$

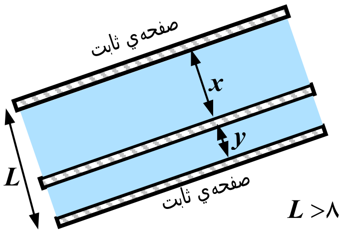
پاسخ:

گزينه‌ي (۱). مجموع نيروي تنش برشي سيال لايه‌ي (۱)، $\tau_۱$، و نيروي تنش برشي سيال لايه‌ي (۲)، $\tau_۲$، كه بر دو طرف صفحه وارد مي‌شود با استفاده از رابطه‌ی (۱-۸) و از آنجا با مشتق‌گيري از آن، حداقل نيروي F به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$F=(\tau_1+\tau_2)A=A\left(\mu_1\frac{du_1}{dy_1}+\mu_2\frac{du_2}{dy_2}\right)=A\left(\mu_1\frac{\Delta u_1}{t_1}+\mu_2\frac{\Delta u_2}{t_2}\right)=A\left[(4\mu_2)\frac{U-0}{(L-x)}+\mu_2\frac{U-0}{x}\right]$$

$$F = AU\mu_2\left(\frac{4}{L-x}+\frac{1}{x}\right) \quad ; \quad \frac{dF}{dx}=\frac{d}{dx}\left\{U\mu_2\left(\frac{4}{L-x}+\frac{1}{x}\right)\right\}=0 \quad ; \quad \frac{x^2-(L-x)^2}{x^2(L-x)^2}=0 \quad ; \quad x=\frac{1}{2}$$

۱ - ۴۲، آمح، ۸۸ در شکل روبه‌رو، براي آنکه صفحه‌اي به سطح ۵ متر مربع و وزن 10μ با سرعت ثابت ۱ m/s در فضاي بين سيالي با لزجت μ بتواند حركت كند، حداقل فاصله‌ي بين دو صفحه چقدر بايستي باشد. توزيع سرعت در دو طرف صفحه خطي فرض مي شود.



۱) $L > ۲m$ ۲) $L > ۴m$ ۳) $L > ۸m$ ۴) $L > ۸m$

پاسخ:

گزينه‌ي (۱). مجموع نيروي ناشي از تنش برشي سيال در بالاي صفحه، τ_1، و نيروي ناشي از تنش برشي سيال در پايين صفحه، τ_2، كه بر دو طرف صفحه وارد مي‌شود، بايستي با نيروي وزن صفحه در راستاي حركت برابر باشد. با استفاده از رابطه‌ی (۱-۸) خواهيم داشت:

$$F = W\cos\theta \quad ; \quad (\tau_1+\tau_2)A = A\left(\mu\frac{du_1}{dy_1}+\mu\frac{du_2}{dy_2}\right)=A\left(\mu\frac{u}{x}+\mu\frac{u}{y}\right)=A\mu u\left[\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right]=A\mu u\left[\frac{\overbrace{x+y}^{L}}{x\underbrace{y}_{L-x}}\right]=W\cos\theta$$

$$F=(5m^2)\mu(1m/s)\left[\frac{L}{x(L-x)}\right]=(10\mu)\cos\theta \quad ; \quad \left[\frac{L}{x(L-x)}\right]=2\cos\theta \quad ; \quad 2\cos\theta x^2-2xL\cos\theta+L=0$$

به منظور يافتن x بايستي Δ معادله مثبت باشد، بنابراين خواهيم داشت:

$$\Delta = 4\cos^2\theta L^2-8\cos\theta L\ge 0 \quad ; \quad L\ge 2/\cos\theta \quad m$$

۱ - ۴۳، آمش، ۸۶ يك پيستون به قطر d و به جرم m و طول L در داخل يك سيلندر به قطر D رها مي‌شود. بين پيستون و سيلندر روغن با گرانروي μ قرار دارد. سرعت حدي در حين پايين‌آمدن پيستون چقدر است؟

۱) $\frac{mg(D-d)}{\mu\pi Ld}$ ۲) $\frac{mg(D-d)}{۲\mu\pi Ld}$ ۳) $\frac{\mu\pi Ld}{mg(D-d)}$ ۴) $\frac{\mu mg(D-d)}{\pi Ld}$

پاسخ:

گزينه‌ي (۲). قانون اندازه‌حركت در مورد سقوط پيستون به‌صورت زير درمي‌آيد (براي يافتن سرعت حدي، شتاب برابر صفر است):

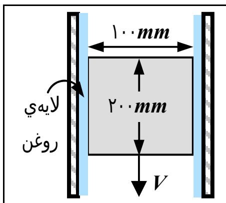
$$\sum F = ma \quad ; \quad W-\tau A_p = ma \qquad (۱)$$

كه در آن W وزن استوانه، τ، تنش برشي كه بر مساحت جانبي استوانه، A_p، اثر مي‌كند، m جرم استوانه و a شتاب استوانه است. مقادير پارامترهاي رابطه‌ي (۱) با استفاده از رابطه‌ی (۱-۸) و از آنجا سرعت حدي پيستون به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$W=mg \quad ; \quad \tau=\mu\frac{du}{dy}=\mu\frac{\Delta u}{\Delta y}=\mu\frac{u}{[(D-d)/2]}=\frac{2\mu u}{D-d} \quad ; \quad A_p=\pi dL \quad ; \quad mg-\frac{2\mu u}{D-d}\pi dL=0$$

$$u=\frac{mg(D-d)}{2\mu\pi dL}$$

۱-۴۴ يک استوانه به جرم ۲ کيلوگرم درون يک لوله‌ي روغن‌کاري سقوط مي‌کند. ضخامت لايه‌ي روغن ۲ ميلي‌متر است. هنگامي‌که سرعت سقوط استوانه ۴ m/s است،شتاب آن ۱ m/s^2 است. چنانچه قطر استوانه ۱۰۰ mm و طول آن ۲۰۰ mm باشد، لزجت روغن را محاسبه کنيد.



پاسخ:

قانون اندازه حركت در مورد سقوط استوانه به‌صورت زير درمي‌آيد:

(۱) $\sum F = ma \quad ; \quad W - \tau A_p = ma$

که در آن W وزن استوانه، تنش برشي که بر مساحت جانبي استوانه، A_p، اثر مي‌کند، m جرم استوانه و a شتاب استوانه است. مقادير پارامترهاي رابطه‌ي (۱) با استفاده از رابطه‌ی (۱-۸) و از آنجا لزجت سيال به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$\begin{cases} W = mg = (2\,kg)(9.81\,m/s^2) = 19.62\,N \\ \tau = \mu\dfrac{du}{dy} = \mu\dfrac{\Delta u}{\Delta y} = \mu\dfrac{(4\,m/s)-0}{(0.002\,m)} = 2000\mu\,N/m^2 \\ A_p = \pi DL = \pi(0.1\,m)(0.2\,m) = 0.063\,m^2 \end{cases}$$

$$(19.62\,N) - (2000\mu\,N/m^2)(0.063\,m^2) = (2\,kg)(1\,m/s^2) \quad ; \quad \underline{\underline{\mu = 0.14 \quad Pa.s}}$$

۱-۴۵، مش، ۸۸ در جريان آرام درون يك لوله‌ي افقي توزيع سرعت برابر $V = V_{max}\,[1-(r/R)^2]$ است که R شعاع لوله مي باشد. نيروي وارد از طرف سيال به جداره‌ي لوله در واحد طول برابر است با؟

۱) $4\pi\mu\dfrac{V_{max}^4}{R}$ ۲) $2\pi\mu V_{max}$ ۳) $4\pi\mu V_{max}$ ۴) $4\pi\mu V_{max}^2$

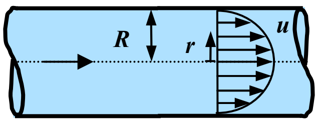
پاسخ:

گزینه‌ي (۳). مقدار نيروي وارد بر روي جداره‌ي لوله با استفاده از رابطه‌ي (۱-۸) و توزيع سرعت داده شده به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$F_{\tau w} = \tau_{r=R}A = \left(-\mu\frac{du}{dr}\right)_{r=R}(2\pi R)(1\,m) = -2\pi R\left|\mu\frac{d}{dr}\left[V_{max}\left(1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right)\right]\right|_{r=R} = -2\pi R\mu V_{max}\left(\frac{-2r}{R^2}\right)_{r=R}$$

$$\underline{\underline{F_{\tau w} = 4\pi\mu V_{max}}}$$

۱-۴۶ مطابق شکل سيالي با لزجت μ در درون يک لوله‌ي دايره‌اي جريان دارد. سرعت درون لوله از رابطه‌ي $u = u_{max}\,(1-r^n/R^n)$ پيروي مي‌کند. رابطه‌ي نيروي برشي اعمالي بر جداره در واحد طول لوله را استخراج کنيد. سرعت u_{max} سرعت حداکثر جريان در محور لوله است.



پاسخ:

مقدار نيروي وارد بر روي جدار لوله با استفاده از رابطه‌ي (۱-۸) و توزيع سرعت داده شده به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$F_{\tau w} = \tau_{r=R}A = \left|-\mu\frac{du}{dr}\right|_{y=R}(2\pi R)(1\,m) = -2\pi R\left|\mu\frac{d}{dr}\left[u_{max}\left(1-\frac{r^n}{R^n}\right)\right]\right|_{y=R} \quad ; \quad \underline{\underline{F_{\tau w} = 2\pi\mu n u_{max}}}$$

۱-۴۷، ماب، ۸۷ و مام، ۸۷ ويسکوزيته مايع با افزايش دما .... و با افزايش فشار .... مي‌يابد.

۱) کاهش - افزايش ۲) کاهش – کاهش ۳) افزايش - کاهش ۴) افزايش - افزايش

پاسخ:

گزینه‌ي (۱). با افزايش دما، چسبندگي بين‌ملکولي و درنتيجه لزجت مايعات کاهش مي‌يابد. با افزايش فشار، لزجت کمي افزايش مي‌يابد.

۱-۴۸، مهف، ۸۷ ويسکوزيته‌ي مايعات با ازدياد حرارت:

۱) کم مي‌شود. ۲) زياد مي‌شود.

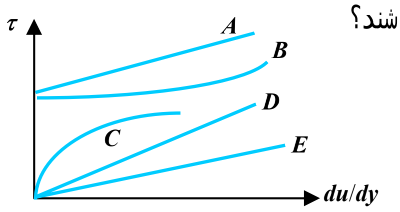
۳) تفاوتي نمي‌کند. ۴) نمي‌توان پيش‌بيني کرد.

پاسخ:

گزینه‌ي (۱). در مايعات با افزايش دما، چسبندگي بين‌ملکولي کاهش و در نتيجه لزجت کاهش مي‌يابد.

۱ - ۴۹، مم، ۸۶

کدام‌یك از خطوط شکل موجود، مربوط به سیال نیوتني مي‌باشند؟



۱) A , D

۲) D , E

۳) C , D

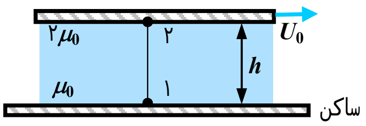
۴) B , E

پاسخ:

گزینه‌ي (۲). باتوجه به اینکه در سیالات نیوتني تنش برشي با نرخ کرنش du/dy متناسب است، تغییرات تنش برشي بر حسب نرخ کرنش به‌صورت خطي مستقیم است که از مرکز مختصات مي‌گذرد.

۱ - ۵۰، مم، ۸۷

سیال لزجي مطابق شکل فضاي بین دو صفحه‌ي موازي را که به فاصله‌ي بسیار کوچک از یکدیگر قرار دارند، پر نموده است. اگر لزجت این سیال به طور خطي از μ_0 در صفحه‌ي پاییني تا $۲\mu_0$ در صفحه‌ي فوقاني تغییر کند، کدام‌یک از گزینه‌هاي زیر در مورد تنش برشي در نقاط ۱ و ۲ درست است؟ (صفحه با سرعت ثابت U_0 در حال حرکت است)



۱) $\tau_۱ < \tau_۲$

۲) $\tau_۱ > \tau_۲$

۳) $\tau_۱ = \tau_۲$

۴) بدون معلوم بودن نوع سیال (از نظر گاز بودن یا مایع بـودن) نمي‌تـوان نـظر داد.

پاسخ:

گزینه‌ي (۱). باتوجه به اینکه لزجت در سیال متغیر است، این یک سیال غیرنیوتني از نوع سیال برشي غلیظ است. چون نرخ کرنش سیال که برابر شیب نمودار تغییرات تنش برشي بر حسب نرخ کرنش است در صفحه‌ي بالایي($۲\mu_0$) بیش از صفحه پاییني (μ_0) است، تنش برشي در صفحه‌ي بالایي بیشتر از تنش برشي در صفحه‌ي پاییني است.

۱ - ۵۱، مش، ۸۶

گشتاور لازم جهت چرخاندن یك ویسکومتر استوانه‌اي به شعاع R و طول L برابر T مي‌باشد. تنش روي دیواره‌ي استوانه‌ي چرخان مطابق کدام گزینه تغییر مي‌کند؟

۱) $\tau = \dfrac{\pi L R^۲}{T}$

۲) $\tau = \dfrac{\pi L^۲ R}{T}$

۳) $\tau = \dfrac{T}{۲\pi RL}$

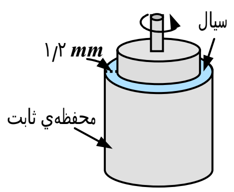
۴) $\dfrac{T}{۲\pi LR^۲}$

پاسخ:

گزینه‌ي (۴). با فرض خطي بودن توزیع سرعت در لایه‌ي سیال، تنش برشي روي دیواره از رابطه‌ي (۱-۱۰) به‌صورت زیر به‌دست مي‌آید:

$$T = FR = (\tau A)R = \tau(2\pi RL)R \quad ; \quad \tau = \frac{T}{2\pi R^2 L}$$

۱-۵۲ لزجت سیالي مطابق شکل توسط دستگاه ویسکومتر که از دو استوانـه‌ي هم محـور با طول $75\ cm$ تشکیل شده است، اندازه‌گیري مي‌شود. قطر استوانه‌ي داخلي $۱۵\ cm$ و ضخامت فضاي بیـن دو استـوانـه $۰/۱۲\ cm$ است. چنانچه استوانه‌ي داخلـي با سـرعت ۲۰۰ دور بر دقیقه بچـرخد و گشتاور مورد نیاز براي چرخش آن $۰/۸\ N.m$ باشـد، لزجـت سیال را به‌دست آورید.



پاسخ:

مقدار لزجت با استفاده از رابطه‌ي (۱-۱۰) به‌صورت زیر به‌دست مي‌آید:

$$T = \mu \frac{4\pi^2 R^3 \dot{n} L}{t} \quad ; \quad \mu = \frac{Tt}{4\pi^2 R^3 \dot{n} L} = \frac{(0.8\,N.m)(0.0012\,m)}{4\pi^2 (0.075\,m)^3 \left(\frac{200}{60} 1/s\right)(0.75\,m)} \quad ; \quad \mu = 2.3 \times 10^{-2} \quad Pa.s$$

۱ - ۵۳، مپر، ۸۸ يک سيلندر توپر عمودي به قطر ۰/۰۸ متر داخل يک استوانه به قطر ۰/۰۸۱ متر قرار دارد. بين اين دو روغن به ارتفاع ۲۰ سانتي‌متر پر شده است. درصورتي‌که گشتاور مورد نياز براي دوران با سرعت ۱۰ rps معادل ۱۰ $N.m$ باشد، با صرف‌نظر کردن از آثار انتهايي ويسکوزيته‌ي روغن برحسب $Pa.s$ کدام است (عدد π را با تقريب معادل ۳ درنظر بگيريد.)

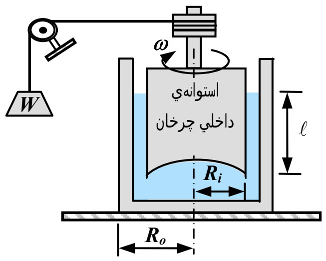
۱) ۰/۸۴ ‏ ‏ ۲) ۰/۴۲ ‏ ‏ ۳) ۸/۴ ‏ ‏ ۴) ۴/۲

پاسخ:

گزينه‌ي (؟). چون مقدارتنش برشي بر روي سطح جانبي استوانه ثابت است، مقدار گشتاور با استفاده از رابطه‌ي (۱-۱۰) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$T=\mu\frac{2\pi R^3\omega L}{t} \quad ; \quad (10\,N.m)=\mu\frac{2\pi\left[(0.08\,m)/2\right]^3(10\,rad/s)(0.2\,m)}{\left[(0.081\,m)-(0.080\,m)/2\right]} \quad ; \quad \underline{\underline{\mu=6.51 \quad Pa.s}}$$

۱-۵۴ در شکل مقابل چنانچه استوانه‌ي خارجي ثابت نگاه داشته شود، استوانه‌ي داخلي در اثر سقوط وزنه‌اي با سرعت زاويه‌اي ω حول قرقره‌اي به شعاع r_s شروع به چرخش مي‌کند. رابطه‌اي براي محاسبه‌ي لزجت ديناميکي برحسب W، ω، ℓ و مشخصات هندسي استخراج کنيد. از تأثيرات لزجت بر کف استوانه‌ي داخلي صرف‌نظر و توزيع سرعت در فاصله‌ي بين دو استوانه خطي فرض شود.



پاسخ:

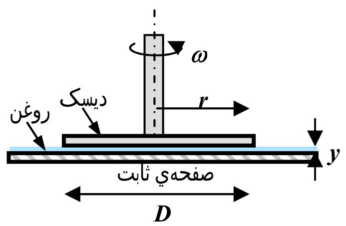
گشتاور مقاوم (T_r) از جانب سيال با استفاده از رابطه‌ي (۱-۱۰) و گشتاور محرک (T_a) از جانب سيستم قرقره و وزنه با صرف‌نظر کردن از اصطکاک قرقره به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$T_r=T_a \quad ; \quad \frac{2\pi\mu\omega\ell R_i^3}{(R_o-R_i)}=Wr_s \quad ; \quad \underline{\underline{\mu=\frac{Wr_s(R_o-R_i)}{2\pi\omega\ell R_i^3}}}$$

۱ - ۵۵، مع، ۸۳ ديسک نشان داده شده در شکل توسط محوري با سرعت زاويه‌اي ω به دوران در مي‌آيد. فضاي مابين ديسک و سطح ساکن توسط روغن پر شده است. مقدار گشتاور لازم براي دوران ديسک در صورتي‌که $\mu=0/01\ Pa.s$، $\omega=2\ rad/s$، $D=80\ mm$ و $y=2\ mm$ باشد، برابر است با:

۱) $3/5\times10^{-2}\ N.m$ ‏ ‏ ۲) $1/2\times10^{-3}\ N.m$

۳) $3/5\times10^{-4}\ N.m$ ‏ ‏ ۴) $4/02\times10^{-5}\ N.m$



پاسخ:

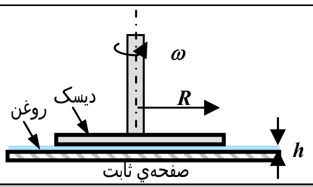
گزينه‌ي (۴). چون مقدارتنش برشي بر روي سطح ديسک متغير است، با انتخاب نوار دايره‌اي‌شکل به شعاع r و ضخامت dr، مقدار گشتاور با استفاده از رابطه‌ي (۱-۸) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$dT=rdF=r(\tau dA)=r\mu\frac{du}{dy}dA=r\mu\frac{r\omega}{y}(2\pi rdr)=\frac{2\pi\mu\omega}{y}\int_0^R r^3dr \quad ; \quad T=\frac{\pi\mu\omega}{2t}R^4$$

با استفاده از داده‌هاي مسأله، مقدار گشتاور به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$T=\frac{\pi(0.01\,Pa.s)(2\,rad/s)}{2(0.002\,m)}(0.040\,m)^4 \quad ; \quad \underline{\underline{T=4.02\times10^{-5} \quad N.m}}$$

۱-۵۶، م‌ش، ۸۹ دیسکي به شعاع R با فاصله‌ي کمي از سطح ثابتي (h) با سرعت زاويه‌اي ω مي‌چرخد. اگر گشتاور مورد نياز براي چرخش ديسک T باشد، ويسکوزيته‌ي سيال چقدر است؟



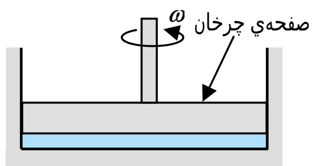
۱) $\dfrac{hT}{\pi\omega R^2}$ ۲) $\dfrac{2hT}{\pi\omega R^4}$ ۳) $\dfrac{3hT}{2\pi\omega R^3}$ ۴) $\dfrac{4hT}{\pi\omega R^4}$

پاسخ:

گزينه‌ي (۲). چون مقدارتنش برشي بر روي سطح ديسک متغير است، با انتخاب نوار دايره‌اي‌شکل به شعاع r و ضخامت dr، مقدار گشتاور با استفاده از رابطه‌ي (۱-۸) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$dT = rdF = r(\tau dA) = r\mu\frac{du}{dy}dA = r\mu\frac{r\omega}{y}(2\pi r dr) = \frac{2\pi\mu\omega}{y}\int_0^R r^3 dr \quad ; \quad T = \frac{\pi\mu\omega}{2h}R^4 \quad ; \quad \mu = \frac{2hT}{\pi\omega R^4}$$

۱-۵۷ يک صفحه‌ي دايره‌اي به قطر ۳۰۰ ميلي‌متر بر روي يک صفحه‌ي ثابت قرار دارد. فضاي خالي بين دو صفحه به ارتفاع ۲/۵۴ mm با گليسيرين در دماي $20°C$ پر شده است. گشتاور لازم براي چرخش صفحه‌ي دايره‌اي با سرعت ۲ دور بر دقيقه چقدر است؟ توزيع سرعت در فضاي بين دو صفحه خطي فرض شود. لزجت گليسيرين ۱/۵۲ $Pa.s$ فرض شود.



پاسخ:

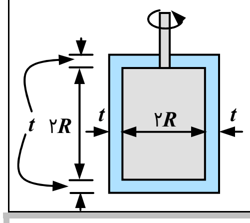
چون مقدارتنش برشي بر روي سطح ديسک متغير است، با انتخاب نوار دايره‌اي شکل به شعاع r و ضخامت dr، مقدار گشتاور با استفاده از رابطه‌ي (۱-۸) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$dT = rdF = r(\tau dA) = r\mu\frac{du}{dy}dA = r\mu\frac{r\omega}{y}(2\pi r dr) = \frac{2\pi\mu\omega}{y}\int_0^R r^3 dr \quad ; \quad T = \frac{\pi\mu\omega}{2t}R^4$$

با استفاده از داده‌هاي مسأله، مقدار گشتاور به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$T = \frac{\pi(1.52\,Pa.s)\left[(2\,rev/min)(2\pi\,rad/rev)/(1\,min/60\,s)\right]}{2(0.00254\,m)}(0.150\,m)^4 \quad ; \quad T = 0.098 \quad N.m$$

۱-۵۸، م‌ك، ۸۵ استوانه‌اي به شعاع R و ارتفاع $2R$ داخل سيلندري با سرعت دوراني ω دوران مي‌کند. اگر لزجت سيال اطراف استوانه μ و فاصله‌ي استوانه در تمام نقاط با سيلندر t باشد، کويل لازم براي گردش استوانه چقدر است؟



۱) $\dfrac{5\pi\mu\omega}{t}R^4$ ۲) $\dfrac{\pi\mu\omega}{t}R^4$

۳) $\dfrac{\pi\mu\omega}{2t}R^4$ ۴) $\dfrac{4\pi\mu\omega}{t}R^4$

پاسخ:

گزينه‌ي (۱). چون مقدارتنش برشي بر روي سطح جانبي استوانه ثابت است، مقدار گشتاور با استفاده از رابطه‌ي (۱-۱۰) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

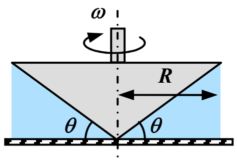
$$T = \mu\frac{2\pi R^3\omega L}{t} = \mu\frac{2\pi R^3\omega(2R)}{t} \quad ; \quad T = \frac{4\pi\mu\omega}{t}R^4 \qquad (1)$$

از طرفي، چون مقدارتنش برشي بر روي سطح بالايي و پاييني استوانه متغير است، با انتخاب نوار دايره‌اي‌شکل به شعاع r و ضخامت dr، مقدار گشتاور با استفاده از رابطه‌ي (۱-۸) و از آنجا مقدار گشتاور کل با استفاده از رابطه‌ی (۱) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$dT_e = 2rdF = 2r(\tau dA) = 2r\mu\frac{du}{dy}dA = 2r\mu\frac{r\omega}{t}(2\pi r dr) = \frac{4\pi\mu\omega}{t}\int_0^R r^3 dr \quad ; \quad T_e = \frac{\pi\mu\omega}{t}R^4$$

$$T = T_p + T_e = \frac{4\pi\mu\omega}{t}R^4 + \frac{\pi\mu\omega}{t}R^4 \quad ; \quad T = \frac{5\pi\mu\omega}{t}R^4$$

۱-۵۹ گشتاور مورد نياز براي چرخاندن مخروط شكل روبه‌رو با سرعت ω، T مي‌باشد. چنانچه زاويه‌ي θ بسيار كوچك باشد، عبارتي براي لزجت، μ بر حسب (θ، ω، R و T) به‌دست آوريد.

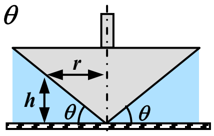


پاسخ:

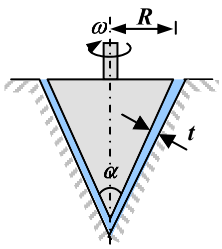
براي هر شعاعي كمتر از R، ضخامت سيال از رابطه‌ي $h = r\tan\theta$ با استفاده از رابطه‌ی (۱-۸) به‌صورت زيربه‌دست مي‌آيد:

$$dA = 2\pi r ds = 2\pi r\left[\frac{dr}{\cos\theta}\right] = \frac{2\pi r dr}{\cos\theta} \quad ; \quad \tau = \mu\frac{du}{dy} = \mu\frac{V}{h} = \mu\frac{r\omega}{r\tan\theta} \quad ; \quad dT = rdF = r(\tau dA)$$

$$\mu = \frac{3T\sin\theta}{2\pi\omega R^3} \quad ; \quad T = \frac{2\pi\omega\mu}{t\sin\theta}\int_0^R r^2 dr = \frac{2\pi\omega\mu R^3}{3t\sin\theta} \quad ; \quad dT = \frac{2\pi\omega\mu}{t\sin\theta}r^2 dr$$



۱-۶۰، م‌ع، ۸۵ گشتاور مورد نياز براي چرخاندن مخروط شكل روبرو با سرعت ω دور در دقيقه را تعيين كنيد. لزجت مايع بين مخروط و جداره‌ي ساكن μ و ضخامت آن t مي‌باشد.

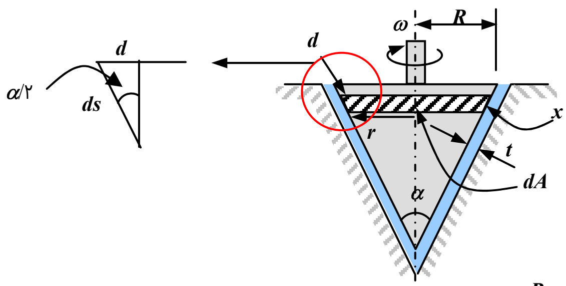


۱) $T = \dfrac{\pi\omega\mu R^4}{t\sin\alpha}$ ۲) $T = \dfrac{\pi\omega\mu R^4}{2t\sin(\alpha/2)}$

۳) $T = \dfrac{2\pi\omega\mu R^4}{t\sin(\alpha/2)}$ ۴) $T = \dfrac{\pi\omega^2\mu R^4}{t\sin(\alpha/2)}$

پاسخ:

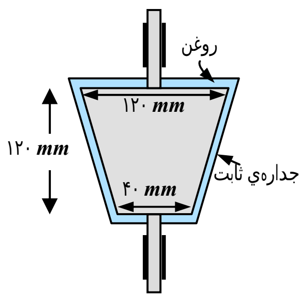
گزينه‌ي (۲). چون مقدارتنش برشي بر روي سطح مخروط متغير است، با انتخاب المانی به شعاع r و ضخامت ds مطابق شكل، مقدار گشتاور با استفاده از رابطه‌ي (۱-۸) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:



$$\begin{cases} dT = rdF = r(\tau dA) \\ \tau = \mu\dfrac{du}{dr} = \mu\dfrac{V}{\Delta r} = \mu\dfrac{r\omega}{t} \\ dA = 2\pi r ds = 2\pi r\left[\dfrac{dr}{\sin(\alpha/2)}\right] = \dfrac{2\pi r dr}{\sin(\alpha/2)} \end{cases}$$

$$T = \frac{\pi\omega\mu R^4}{2t\sin(\alpha/2)} \quad ; \quad T = \frac{2\pi\omega\mu}{t\sin(\alpha/2)}\int_0^R r^3 dr \quad ; \quad dT = \frac{2\pi\omega\mu}{t\sin(\alpha/2)}r^3 dr$$

۱-۶۱ يک مخروط ناقص مطابق شكل روبه‌رو درون محفظه‌اي ثابت با سرعت ۲۰۰ راديان بر ثانيه مي‌چرخد. چنانچه ضخامت روغن در تمام جهت‌ها برابر $1/2\ mm$ باشد، مقدار توان مورد نياز براي چرخش مخروط ناقص را تعيين كنيد. لزجت ديناميكي روغن در دماي $20°C$، $0/1\ Pa.s$ است. همچنين،كاهش در توان مورد نياز هنگامي‌كه دماي روغن به $80°C$ برسد را محاسبه كنيد. در دماي $80°C$ لزجت روغن $0/0078\ Pa.s$ است.

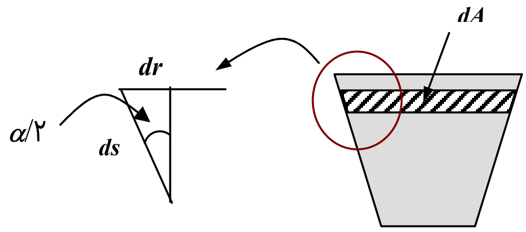


پاسخ:

اين مسأله شبيه مسأله‌ي (۱-۶۰) است. چون مقدارتنش برشي بر روي سطح مخروط متغير است، با انتخاب المانی به شعاع r و ضخامت ds مطابق شكل، مقدار توان براي سطح جانبي مخروط با استفاده از رابطه‌ي (۱-۸) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$\left[\frac{\alpha}{2} = \tan^{-1}\left(\frac{40\,mm}{120\,mm}\right) = 18.44^\circ\right]$$

$$\begin{cases} dP_s = VdF = (r\omega)dF = r\omega(\tau dA) \\ \tau = \mu\dfrac{du}{dy} = \mu\dfrac{V}{\Delta r} = \mu\dfrac{r\omega}{t} \\ dA = 2\pi r ds = 2\pi r\left[\dfrac{dr}{\sin(\alpha/2)}\right] = \dfrac{2\pi r dr}{\sin(\alpha/2)} \end{cases}$$



$$dP_s = r\omega\left(\mu\frac{r\omega}{t}\right)\left(\frac{2\pi r dr}{\sin(18.44^\circ)}\right) = \frac{2\pi\omega^2\mu}{t\sin(18.44^\circ)}r^3 dr$$

$$P_s = \frac{2\pi\omega^2\mu}{t\sin(18.44^\circ)}\int_{R_d}^{R_u} r^3 dr = \frac{\pi\omega^2\mu}{2t\sin(18.44^\circ)}\left(R_u^4 - R_d^4\right) \qquad (۱)$$

مقدار توان براي سطوح بالايي و پاييني مخروط نيز به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$dP_a = VdF = (r\omega)dF = (\tau dA) = r\omega\left(\mu\frac{r\omega}{t}\right)(2\pi r dr) = \frac{2\pi\omega^2\mu}{t}r^3 dr$$

$$P_a = \frac{2\pi\omega^2\mu}{t}\left(\int_0^{R_u} r^3 dr + \int_0^{R_d} r^3 dr\right) = \frac{\pi\omega^2\mu}{2t}\left(R_u^4 + R_d^4\right) \qquad (۲)$$

مقدار توان كل از مجموع رابطه‌هاي (۱) و (۲) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$P = P_s + P_a = \frac{\pi\omega^2\mu}{2t\sin(18.44^\circ)}\left(R_u^4 - R_d^4\right) + \frac{\pi\omega^2\mu}{2t}\left(R_u^4 + R_d^4\right) = \frac{\pi\omega^2\mu}{2t}\left[\frac{\left(R_u^4 - R_d^4\right)}{\sin(18.44^\circ)} + \left(R_u^4 + R_d^4\right)\right]$$

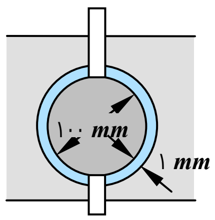
باتوجه به داده‌هاي مسأله، مقدار توان در دماي $۲۰^\circ C$ به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$P = \frac{\pi[200/s]^2(0.1\,Pa.s)}{2(0.0012)}\left\{\frac{\left[(0.06\,m)^4 - (0.02\,m)^4\right]}{\sin(18.44^\circ)} + \left[(0.06\,m)^4 + (0.02\,m)^4\right]\right\} \quad ; \quad \underline{\underline{P = 280.6 \quad W}}$$

از آنجايي‌كه توان رابطه‌ي مستقيم با لزجت دارد، توان مصرف شده براي حالت دوم (۸۰°) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$P_{80} = P_{20}\frac{\mu_{80}}{\mu_{20}} = (280.58W)\frac{(0.0078\,Pa.s)}{(0.1\,Pa.s)} \quad ; \quad \underline{\underline{P_{80} = 21.9 \quad W}}$$

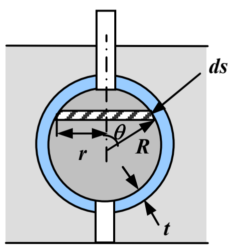
۱-۶۲ يک کره به قطر mm ۱۰۰ درون يک كره ديگر كه كمي از آن بزرگ‌تر است، قرار دارد. فضاي بين دو كره با روغن به لزجت $Pa.s$ ۰/۰۳۶ پر شده است. گشتاور مورد نياز براي چرخاندن كره‌ي داخلي با سرعت ۱۰ دور بر دقيقه چقدر است؟



پاسخ:

چون مقدارتنش برشي بر روي سطح كره متغير است، با انتخاب الماني به شعاع r و ضخامت ds مطابق شكل، مقدار گشتاور با استفاده از رابطه‌ي (۱-۸) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$\begin{cases} dT = rdF = r(\tau dA) \\ r = R\sin\theta \\ \tau = \mu\dfrac{du}{dr} = \mu\dfrac{V}{\Delta r} = \mu\dfrac{\omega R\sin\theta}{t} \\ dA = 2\pi r(ds) = 2\pi R\sin\theta(Rd\theta) = 2\pi R^2\sin\theta d\theta \end{cases}$$



$$dT=\left(R\sin\theta\right)\left(\mu\frac{\omega R\sin\theta}{t}\right)\left(2\pi R^2\sin\theta d\theta\right)=\frac{2\pi\mu\omega R^4}{t}\sin^3\theta d\theta$$

$$T=\frac{2\pi\mu\omega R^4}{t}\int_0^{\pi}\sin^3\theta d\theta=\frac{2\pi\mu\omega R^4}{t}\left[-\frac{1}{3}\cos\theta\left(\sin^2\theta+2\right)\right]_0^{\pi}$$

$$T=\frac{2\pi\left(0.036Pa.s\right)\left[\left(10\,rev/min\right)\left(2\pi\,rad\right)/\left(60\,min/s\right)\right]\left(0.05\,m\right)^4}{\left(0.001\,m\right)}\left\{\left[-\frac{1}{3}\overbrace{\left(\cos\pi\right)}^{-1}\left(\overbrace{\sin^2\pi}^{0}+2\right)\right]-\left[-\frac{1}{3}\overbrace{\left(\cos 0\right)}^{1}\left(\overbrace{\sin^2 0}^{0}+2\right)\right]\right\}=1.97\times10^{-3}\;N.m$$

۱-۶۳، م‌ع، ۸۷ کره‌ای به شعاع R با سرعت زاویه‌ای ω در داخل کره‌ي ساکني با شعاع $R+t$ در حال چرخش است (مقدار t بسيار کوچك است). درصورتي‌که لايه‌ي روغني با لزجت ديناميکي μ بين دو کره قرار داشته باشد، مقدار گشتاور مقاوم چقدر است؟ راهنمايي:

$$\int\sin^2x=\frac{x}{2}-\frac{\sin 2x}{4}\quad,\quad\int\sin^3x=-\cos x+\frac{\cos^3x}{3}\quad,\quad\int\cos^2x=\frac{x}{2}+\frac{\sin 2x}{4}\quad,\quad\int\cos^3x=\sin x-\frac{\sin^3x}{3}$$

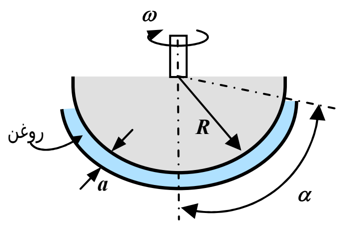
۱) $\frac{16\pi\omega\mu R^3}{3t}$ ۲) $\frac{8\pi\omega\mu R^4}{3t}$ ۳) $\frac{4\pi\omega\mu R^4}{3t}$ ۴) $\frac{\pi^2\omega\mu R^3}{2t}$

پاسخ:

گزینه‌ي (۲). مطابق حل مسأله‌ی (۱-۶۲)، گشتاور مقاوم از رابطه‌ي زير به‌دست مي‌آيد:

$$T=\frac{2\pi\mu\omega R^4}{t}\int_0^{\pi}\sin^3\theta d\theta=\frac{2\pi\mu\omega R^4}{t}\left[-\cos\theta+\frac{\cos^3\theta}{3}\right]_0^{\pi}=\frac{2\pi\mu\omega R^4}{t}\left[\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\right]\quad;\quad T=\frac{8\pi\omega\mu R^4}{3t}$$

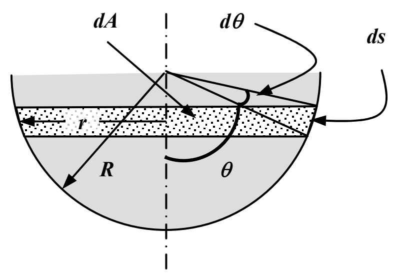
۱-۶۴ یک جسم به شکل نیم‌کره درون ظرف دیگري با سرعت زاويه‌اي ω مي‌چرخد. چنانچه فاصله‌ي بين اين جسم و ظرف با روغن با لزجت μ پر شده باشد، رابطه‌اي براي محاسبه‌ي گشتاور مورد نياز استخراج کنيد. چنانچه لزجت ديناميکي سيال $\mu=۱\;Pa.s$، سرعت چرخش (ω) برابر ۳۰ دور در دقيقه، ضخامت روغن (a) برابر $۰/۲۰\;mm$ و شعاع نيم‌کره (R) برابر $۳۰\;mm$ باشد، نمودار تغييرات گشتاور بر حسب تغييرات α را ترسيم کنيد.



پاسخ:

اين مسأله شبيه مسأله‌ي (۱-۶۲) است. چون مقدارتنش برشي بر روي سطح نيم‌کره متغير است، با انتخاب الماني به شعاع r و ضخامت ds مطابق شکل، مقدار گشتاور با استفاده از رابطه‌ي (۱-۸) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$\begin{cases}dT=rdF=r\left(\tau dA\right)\\ r=R\sin\theta\\ \tau=\mu\frac{du}{dr}=\mu\frac{V}{\Delta r}=\mu\frac{r\omega}{a}=\mu\frac{\omega R\sin\theta}{a}\\ dA=2\pi r\left(ds\right)=2\pi R\sin\theta\left(Rd\theta\right)=2\pi R^2\sin\theta d\theta\end{cases}$$



$$dT=\left(R\sin\theta\right)\left(\mu\frac{\omega R\sin\theta}{a}\right)\left(2\pi R^2\sin\theta d\theta\right)=\frac{2\pi\mu\omega R^4}{a}\sin^3\theta d\theta$$

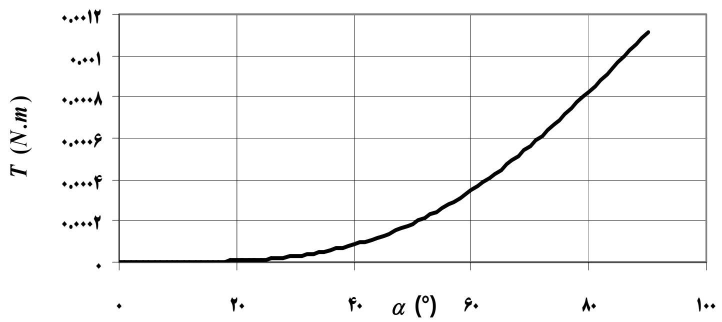
$$T=\frac{2\pi\mu\omega R^4}{a}\int_0^{\alpha}\sin^3\theta d\theta=\frac{2\pi\mu\omega R^4}{a}\left|-\cos\theta+\frac{\cos^3\theta}{3}\right|_0^{\alpha}\quad;\quad T=\frac{2\pi\mu\omega R^4}{a}\left(\frac{\cos^3\alpha}{3}-\cos\alpha+\frac{2}{3}\right)\qquad(۱)$$

با داده‌هاي مسأله، رابطه‌ي (۱) به‌صورت زير درمي‌آيد:

$$T=\frac{2\pi\left(1\,Pa.s\left[(10\,rev/min)(2\pi\,rad/rev)/(60\,min/s)\right]\right)(0.015)^4}{(0.0002\,m)}\left(\frac{cos^3\alpha}{3}-cos\,\alpha+\frac{2}{3}\right)$$

$$T=1.67\times10^{-3}\left(\frac{cos^3\alpha}{3}-cos\,\alpha+\frac{2}{3}\right) \qquad (۲)$$

رابطه‌ي (۲) در بازه‌ي $۰^\circ\le\alpha\le۹۰^\circ$ در شكل روبه‌رو رسم شده است.



۱ - ۶۵، آم‌ع، ۸۳ براي آن‌كه حجم يك سيال (استن) با مدول بالك $k=۱/۰۸۵\times۱۰^۹\ N/m^۲$ به يك درصد مقدارش در درجه حرارت و فشار اتاق با ابعاد m ۳×m ۴×m ۳ برسد، چه ميزان تغيير فشار لازم است؟

۱) $۱/۰۸۵\times۱۰^{۱۱}\ N/m^۲$　　۲) $۱/۰۸۵\times۱۰^۷\ N/m^۲$　　۳) $۰/۳۹\times۱۰^۹\ N/m^۲$　　۴) $۳۹\times۱۰^۷\ N/m^۲$

پاسخ:

گزينه‌ي (۲). تغيير فشار با استفاده از رابطه‌ي (۱-۱۱) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$E_v=\frac{\Delta p}{\Delta\rho/\rho}\quad;\quad \Delta p=E_v\left(\Delta\forall/\forall\right)\quad;\quad \Delta p=\left(1.085\times10^9\ N/m^2\right)(0.01)\quad;\quad \Delta p=1.085\times10^7\ Pa$$

۱ - ۶۶، م ك، ۸۵ اگر یک لیتر آب در فشار $۱۰\times۱۰^۶\ Pa$ قرار بگیرد و مدول حجمی آن $۲/۵\times۱۰^۹\ Pa$ باشد، تغییر چگالی نسبی $(\Delta\rho/\rho)$ آن چه مقدار است؟

۱) ۰/۰۰۴-　　۲) ۲۵۰-　　۳) ۲۵۰　　۴) ۰/۰۰۴

پاسخ:

گزينه‌ي (۴). تغيير چگالي نسبي با استفاده از رابطه‌ي (۱-۱۱) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$E_v=\frac{dp}{d\rho/\rho}\cong\frac{\Delta p}{\Delta\rho/\rho}\quad;\quad \left(2.5\times10^9\ Pa\right)=\frac{\left(10\times10^6\ Pa\right)}{\Delta\rho/\rho}\quad;\quad \frac{\Delta\rho}{\rho}=0.004$$

۱-۶۷ یک ظرف مکعبي شکل با ديواره‌هاي صلب از آبي با دماي $۴^\circ C$ كاملاً پر شده است. چنانچه آب تا دماي $۳۸^\circ C$ گرم شود، تغيير فشار ايجاد شده درون ظرف چقدر خواهد بود؟ مدول حجمي آب $۲/۷\times۱۰^۶\ kPa$ فرض شود. مقدار چگالي آب در دماهاي $۴^\circ C$ و $۳۸^\circ C$ به‌ترتيب برابر $۱۰۰۰\ kg/m^۳$ و $۹۹۲/۹\ kg/m^۳$ و مدول حجمي آب در دماي $۳۸^\circ C$ برابر $۲/۱۵\times۱۰^۹\ Pa$ فرض شود.

پاسخ:

اختلاف فشار با استفاده از رابطه‌ي (۱-۱۱) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$E_v=\frac{dp}{d\rho/\rho}\cong\frac{\Delta p}{\Delta\rho/\rho}=\frac{\Delta p}{(\rho_2-\rho_1)/\rho_1}$$

$$\Delta p=E_v\frac{(\rho_2-\rho_1)}{\rho_1}=\left(2.15\times10^9\ Pa\right)\frac{\left(992.9\,kg/m^3\right)-\left(1000\,kg/m^3\right)}{\left(1000\,kg/m^3\right)}\quad;\quad \Delta p=15.3\quad MPa$$

۶۸-۱ حجم ظرف فولادي در اثر افزايش فشار ۷۰*MPa*، يک درصد افزايش مي‌يابد. اين ظرف در فشار استاندارد ۱۰۱/۳ *kPa* قادر است ۴۵۰ *kg* آب با چگالي ۱۰۰۰ kg/m^3 را در خود جاي دهد. چنانچه مدول حجمي آب ۲/۰۶×۱۰^۶ *kPa* باشد، چند کيلوگرم آب به ظرف اضافه شود تا فشار به ۷۰ *MPa* افزايش يابد؟

پاسخ:

در اين مسأله علاوه بر افزايش حجم ظرف، چگالي سيال در اثر فشار وارده کم مي‌شود. مقدار حجم اوليه، چگالي ثانويه، حجم ثانويه، جرم ثانويه و تفاوت جرم سيال با استفاده از رابطه‌ي (۱-۱۱) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$\rho_1 = \frac{m_1}{\forall_1} \quad ; \quad \left(1000\ kg/m^3\right) = \frac{(450\,kg)}{\forall_1} \quad ; \quad \forall_1 = 0.45\,m^3$$

$$E_v = \frac{dp}{d\rho/\rho} \cong \frac{\Delta p}{\Delta\rho/\rho} = \frac{\Delta p}{(\rho_2 - \rho_1)/\rho_1} \quad ; \quad \left(2.06\times10^9\ Pa\right) = \frac{\left(70\times10^6\ Pa\right)}{\left(\rho_2 - 1000\,kg/m^3\right)/\left(1000\,kg/m^3\right)}$$

$$\rho_2 = 1033.98\,kg/m^3 \quad ; \quad \frac{\Delta\forall}{\forall_1} = \frac{\forall_2 - \forall_1}{\forall_1} = 0.01 \quad ; \quad \forall_2 = 1.01\forall_1 = 1.01\left(0.45\,m^3\right) \quad ; \quad \forall_2 = 0.4545\,m^3$$

$$\rho_2 = \frac{m_2}{\forall_2} \quad ; \quad \left(1033.98\,kg/m^3\right) = \frac{m_2}{\left(0.4545\,m^3\right)} \quad ; \quad m_2 = 469.9\,kg$$

$$\Delta m = m_2 - m_1 = (469.9\,kg) - (450\,kg) \quad ; \quad \underline{\underline{\Delta m = 19.9\quad kg}}$$

۶۹-۱ هوا در استوانه‌اي توسط پيستون فشرده مي‌شود تا حجم آن به ۳۰ درصد حجم اوليه برسد. اگر در حالت اوليه فشار هوا ۱۷۲ *kPa* و فشردگي هوا در فرآيند هم‌دما اتفاق بيفتد، فشار ثانويه‌ي هوا چقدر است؟

پاسخ:

چون جرم هوا در دو حالت يکسان است، رابطه‌ي (۱-۱۲) به‌صورت زير درمي‌آيد:

$$p_2 = p_1\frac{\forall_1}{\forall_2} = p_1\frac{\forall_1}{(0.3\forall_1)} = \frac{1}{0.3}p_1 = \frac{1}{0.3}(172\,kPa) \quad ; \quad \underline{\underline{p_2 = 573.3\quad kPa}}$$

۷۰-۱ تغييرات فشار لازم براي فشرده‌کردن گاز در فرآيند هم‌دما به اندازه‌ي ۲۵ درصد حجم اوليه‌ي آن چقدر است؟

پاسخ:

چون جرم هوا در دو حالت يکسان است، رابطه‌ي (۱-۱۲) به‌صورت زير درمي‌آيد:

$$p_2 = p_1\frac{\forall_1}{\forall_2} p_2 = p_1\frac{\forall_1}{(0.25\forall_1)} = 4p_1 \quad ; \quad \Delta p = p_2 - p_1 = (4p_1) - p_1 \quad ; \quad \underline{\underline{\Delta p = 3p_1}}$$

۷۱-۱ هوا درون يک استوانه توسط پيستوني فشرده مي شود تا حجم آن به ۵۰ درصد حجم اوليه برسد. چنانچه در وضعيت اوليه فشار هوا ۲۰۰*kPa*، دماي آن ۲۰°*C* و فشردگي هوا در فرآيند هم‌دما اتفاق بيفتد، فشار ثانويه‌ي هوا چقدر است؟ مقدار فشار ثانويه در فرآيند هم‌رفت با $k = ۱/۴$ چقدر است؟

پاسخ:

چون جرم هوا در دو حالت يکسان است، رابطه‌ي (۱-۱۲) به‌صورت زير درمي‌آيد:

$$\frac{p}{\rho} = cte \quad ; \quad \frac{p_1}{\rho_1} = \frac{p_2}{\rho_2} \quad ; \quad \frac{p_1}{m/\forall_1} = \frac{p_2}{m/\forall_2} \quad ; \quad p_1\forall_1 = p_2\forall_2 \quad ; \quad p_2 = p_1\frac{\forall_1}{\forall_2} = p_1\frac{\forall_1}{(0.5\forall_1)}$$

$$p_2 = 2p_1 = 2(200\,kPa) \quad ; \quad \underline{\underline{p_2 = 400\quad kPa}}$$

در فرايند هم‌رفت، رابطه‌ي (۱-۱۳) به‌صورت زير درمي‌آيد:

$$p_2 = p_1\left(\frac{\forall_1}{\forall_2}\right)^k = p_1\left[\frac{\forall_1}{(0.5\forall_1)}\right]^k = 2^k p_1 = \left(2^{1.4}\right)(200\,kPa) \quad ; \quad \underline{\underline{p_2 = 527.8\quad kPa}}$$

۱-۷۲ گاز طبيعي در دماي ۲۰°C و فشار آتمسفر ۱۰۱/۳ kPa در یک فرآیند همرفت تحت فشار قرار مي‌گيرد تا فشار نهايي آن به ۱۵۵ kPa مي‌رسد. در صورتي‌كه ثابت گاز برابر $5/18\times10^{2}$ $J/(kg.K)$ و k = ۱/۳۱ باشد، مقدار چگالي و درجه‌حرارت گاز را در شرايط نهايي به‌دست آوريد.

پاسخ:

مقدار چگالي گاز در شرايط اوليه و فشار نهايي در فرايند همرفت با استفاده از رابطه‌هاي (۱-۵) و (۱-۱۳) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$\rho_1=\frac{p_1}{RT_1}=\frac{(101.3\times10^3\ Pa)}{\left[5.18\times10^2\ J/(kg.K)\right](20+273)K}\quad ;\quad \rho_1=0.667\ kg/m^3$$

$$\frac{p}{\rho^k}=cte\quad ;\quad \frac{p_1}{\rho_1^k}=\frac{p_2}{\rho_2^k}\quad ;\quad \rho_2=\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1/k}\rho_1=\left[\frac{(155\,kPa)}{(101.3\,kPa)}\right]^{1/1.31}(0.667\,kg/m^3)=\underline{\underline{0.923\quad kg/m^3}}$$

مقدار درجه حرارت نهايي از رابطه‌ي (۱-۵) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$T_2=\frac{p_2}{\rho_2R}=\frac{(155\times10^3\ Pa)}{(0.677\,kg/m^3)\left[5.18\times10^2\ J/(kg.K)\right]}=442\,K\quad ;\quad T_2=(442\,K)-273\quad ;\quad \underline{\underline{T_2=169^\circ C}}$$

۱ - ۷۳ ، م‌م، ۷۹ براي گاز كاملي، مقدار ثابت گاز R = ۲۷۰ $J/kg.K$ و نسبت گرماهاي ويژه (ضريب اتميسته) k = ۱/۳، مقدار c_p و c_v براي اين گاز بر حسب $J/kg.K$ چقدر است؟

۱) c_v = ۵۰۰ و c_p = ۷۷۰
۲) c_v = ۸۰۰ و c_p = ۱۰۷۰
۳) c_v = ۹۰۰ و c_p = ۱۱۷۰
۴) c_v = ۱۰۰۰ و c_p = ۱۲۷۰

پاسخ:

گزينه‌ي (۳). رابطه‌ي (۱-۱۴) به‌صورت زير درمی‌آيد:

$$\begin{cases}\dfrac{c_p}{c_v}=k=(1.3)\\ c_p-c_v=R=\left[270\,J/(kg.K)\right]\end{cases}\quad ;\quad \begin{cases}c_p=1.3c_v\\ (1.3c_v)-c_v=270\end{cases}\quad ;\quad \begin{cases}\underline{\underline{c_v=900\quad J/(kg.K)}}\\ \underline{\underline{c_p=1170\quad J/(kg.K)}}\end{cases}$$

۱ - ۷۴ ، ماپ، ۸۷ و ماد، ۸۷ ضريب ظاهري ارتجاعي (*Bulk modulus of elasticity*) براي يك گاز ايده‌آل در شرايط ايزوترم مساوي است با: (ρ دانسيته، $K=C_p/C_v$ و P فشار)

۱) ρ
۲) KP
۳) P
۴) ρP

پاسخ:

گزينه‌ي (۳). مطابق رابطه‌ي (۱-۱۵)، در فرايند هم‌دما، ضريب ظاهري ارتجاعي يا مدول حجمي برابر با فشار خواهد بود.

۱-۷۵ در دماي ۲۰°C، مدول حجمي نفت چراغ $1/43\times10^{6}$ kPa و چگالي نسبي آن ۰/۸۰۴ است. سرعت انتشار صوت درون نفت چراغ در اين دما چقدر است؟ مقدار چگالي آب برابر ۹۹۸/۲ kg/m^3 فرض شود.

پاسخ:

سرعت انتشار صوت مطابق رابطه‌ي (۱-۱۷) به‌صورت زير درمي‌آيد:

$$c=\sqrt{\frac{E_v}{\rho}}=\sqrt{\frac{E_v}{SG\rho_w}}=\sqrt{\frac{(1.43\times10^9\ Pa)}{(0.804)(998.2\,kg/m^3)}}\quad ;\quad \underline{\underline{c=1334.9\quad m/s}}$$

۱-۷۶ چنانچه انتشار صوت در هوا تحت فرآيند همرفت با $k = 1/4$ اتفاق بيفتد، سرعت انتقال صوت در دماي $80^\circ C$ و فشار مطلق $200\ kPa$ چقدر است؟

پاسخ:

سرعت صوت در فرايند همرفت با استفاده از رابطه‌ي (۱-۱۸) به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$c = \sqrt{kRT} = \sqrt{(1.4)\left(287\, kPa.m^3/kg.K\right)(80+273)\,K} \quad ; \quad c = 376.6 \quad m/s$$

۱-۷۷ براي انتقال آب به مخزني در مكان مرتفع از يک پمپ استفاده مي‌شود. چنانچه دماي آب $25^\circ C$ باشد، حداقل فشار لازم براي جلوگيري از پديده‌ي خلأزايي چقدر است؟

پاسخ:

از جدول (پ-۳) پيوست مقدار فشار بخار آب در دماي $25^\circ C$ برابر $3/17\ kPa$ است. اين حداقل فشار براي جلوگيري از خلأزايي است.

۱-۷۸ آناليز جريان اطراف پروانه‌ي پمپ در آب $20^\circ C$ نشان مي‌دهد كه حداقل فشار اطراف پروانه $2\ kPa$ است. آيا خطر ايجاد خلأزايي در اين شرايط وجود دارد؟

پاسخ:

از جدول (پ-۳) پيوست مقدار فشار بخار آب در دماي $20^\circ C$ برابر $2/34\ kPa$ است. چون فشار اطراف پروانه كمتر از فشار بخار آب است، خلأزايي اتفاق مي‌افتد.

۱-۷۹ هنگامي‌كه آب در يک لوله با مجراي تنگ‌شونده جريان مي‌يابد، فشار در راستاي جريان كاهش مي‌يابد. حداقل فشار لازم براي جلوگيري از پديده‌ي خلأزايي چقدر است؟ دماي آب $90^\circ C$ است.

پاسخ:

از جدول (پ-۳) پيوست، فشار بخار آب در دماي $90^\circ C$ برابر $70100\ Pa$ مي‌باشد. اين حداقل فشار براي جلوگيري از خلأزايي است.

۱-۸۰، مم، ۸۹ در مايعات با افزايش دما، عموماً لزجت ....، كشش سطحي .... و فشار بخار .... مي‌يابد.

۱) كاهش، افزايش،كاهش ۲) افزايش، افزايش، افزايش ۳) كاهش، كاهش، افزايش ۴) كاهش، كاهش،كاهش

پاسخ:

گزينه‌ي (۳). در مايعات با افزايش دما، چسبندگي بين‌ملكولي كاهش و در نتيجه لزجت كاهش مي‌يابد و كشش سطحي كاهش مي يابد. همچنين باتوجه به افزايش انرژي جنبشي گازها، فشار بخار افزايش مي‌يابد.

۱-۸۱، آمع، ۸۸ كدام عبارت صحيح است؟

۱) با افزودن نمك، كشش سطحي آب كاهش مي‌يابد.
۲) با افزودن الكل، كشش سطحي آب كاهش مي‌يابد.
۳) با افزودن پودر صابون، كشش سطحي آب افزايش مي‌يابد.
۴) با افزايش دما، كشش سطحي آب افزايش مي‌يابد.

پاسخ:

گزينه‌ي (۲). صابون، الكل و مواد شوينده، كشش سطحي را كاهش داده و قادرند تا روزنه‌هاي كوچكي را بين الياف ايجاد كنند كه به شستشوي مؤثرتر كمک مي‌كند. نمك‌ها مانند كلريد سديم چنانچه در آب حل شوند، كشش سطحي را افزايش مي‌دهند، بنابراين گزينه‌هاي ۱ و ۳ صحيح نيستند. با افزايش دما نيز كشش سطحي كاهش مي يابد، بنابراين گزينه ۴ نيز ناصحيح است.

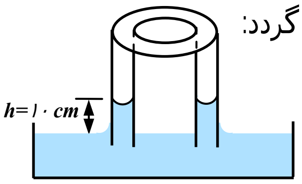
۱-۸۲ کار انجام شده در دمیدن یک حباب صابون با قطر ۱۲ *cm* چقدر است؟ کشش سطحی محلول صابون ۰/۰۴۰ *N/m* است.

پاسخ:

کار انجام شده از حاصلضرب کشش سطحی در کل خط تماس به‌دست می‌آید. باتوجه به اینکه حباب صابون داراي دو خط تماس با هوا است، بنابراین کار انجام شده به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$W=\sigma L=(0.04\,N/m)\left[4\pi(0.06\,m)^2\right](2) \quad ; \quad \underline{\underline{W=36.2\times10^{-4}\quad N.m}}$$

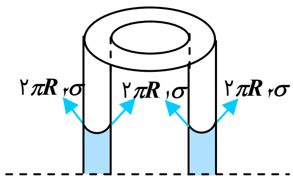
۱ - ۸۳، آم‌ع، ۸۸ نیروي افقي ناشي از کشش سطحي وارد بر سیال بین دو لوله‌ي شیشه‌اي هم مرکز به قطرهاي ۲ و ۲/۵ متر (مطابق شکل) چقدر مي باشد؟ در صورتي‌که کشش سطحي σ و زاویه‌ي تماس با جداره‌ها ۳۰ درجه فرض گردد.



۱) $\frac{\sigma}{۴}$ ۲) $\frac{\sigma}{۴}$

۳) صفر ۴) $\frac{۹\sigma}{۴}$

پاسخ:



گزینه‌ي (۳). نیروهاي ناشي از کشش سطحي مطابق شکل روبه‌رو به طرف بالا اثر مي‌کنند. بنابراین، برایند مؤلفه‌هاي افقي آنها همدیگر را خنثي نموده و نیروي افقي برابر صفر به‌دست مي‌آید.

۱-۸۴ حداکثر قطر توپ کروي فولادي براي شناور شدن بر سطح آب در اثر کشش سطحي چقدر است؟ دماي آب ۲۰°*C* و چگالي فولاد ۷۸۰۰ *kg/m*³ در نظر گرفته شود. چنانچه جنس توپ آلومینیوم با چگالي ۲۷۰۰ *kg/m*³ باشد، حداکثر قطر توپ آلومینیومي براي شناور ماندن چقدر است؟ مقدار کشش سطحي آب در دماي ۲۰°*C* برابر ۰/۰۷۳ *N/m* فرض شود.

پاسخ:

رابطه‌ي تعادل در جهت قایم براي شناور ماندن توپ به قطر *D* بر روي سطح آب به‌صورت زیر درمي‌آید:

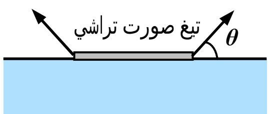
$$W=F_\sigma \quad ; \quad \gamma\forall=\sigma L \quad ; \quad \gamma\frac{\pi}{6}D^3=\sigma(\pi D) \quad ; \quad D=\sqrt{\frac{6\sigma}{\gamma}}=\sqrt{\frac{6(0.073\,N/m)}{\gamma}}=\sqrt{\frac{0.438}{\gamma}} \qquad (۱)$$

رابطه‌ي (۱) براي توپ فولادي و براي توپ آلومینیومي به‌صورت زیر درمي‌آید:

$$D=\sqrt{\frac{0.438}{(7800\,kg/m^3)(9.81\,m/s^2)}} \quad ; \quad \underline{\underline{D=0.0024\,m=2.4\quad mm}}$$

$$D=\sqrt{\frac{0.438}{(2700\,kg/m^3)(9.81\,m/s^2)}} \quad ; \quad \underline{\underline{D=0.0041\,m=4.1\quad mm}}$$

۱-۸۵ تیغ صورت‌تراشي به‌صورت افقي بر روي سطح آب قرار گرفته است. چنانچه نیروي کشش سطحي در راستاي نشان داده شده در شکل باشد و جرم تیغ صورت‌تراشي ۰/۶۴×۱۰⁻³ *kg* باشد، زاویه‌ي θ چقدر است؟ طول کل تماس تیغ صورت‌تراشي با آب نیز ۲۰۶ *mm* و دماي آب ۲۰°*C* است. مقدار کشش سطحي آب در دماي ۲۰°*C* برابر ۰/۰۷۳ *N/m* فرض شود.



پاسخ:

زاویه‌ي θ مایع با استفاده از رابطه‌ي تعادل در جهت قایم به‌صورت زیر درمي‌آید:

$$W=F_\sigma \quad ; \quad mg=\sigma L\sin\theta \quad ; \quad \theta=\sin^{-1}\left(\frac{mg}{\sigma L}\right)=\sin^{-1}\left[\frac{(0.64\times10^{-3}\,kg)(9.81\,m/s^2)}{(0.073\,N/m)(0.206\,m)}\right] \quad ; \quad \underline{\underline{\theta=24.7^\circ}}$$

۱ - ۸۶ ، م‌ع، ۸۶ کدام یک از گزینه‌هاي زیر رابطه‌ي فشار نسبي داخلي قطره‌ي كوچک آب به قطر d مي‌باشد. σ ضریب كشش سطحي است؟

۱) $p=\frac{\sigma}{d}$ ۲) $p=\frac{\sigma}{۲d}$ ۳) $p=\frac{۲\sigma}{d}$ ۴) $p=\frac{۴\sigma}{d}$

پاسخ:

گزینه‌ي (۴). مطابق رابطه‌ي (۱-۱۹) خواهیم داشت:

$$\Delta p=\frac{2\sigma}{R}=\frac{2\sigma}{d/2}\quad ;\quad \Delta p=\frac{4\sigma}{d}$$

۱ - ۸۷ ، م‌ش، ۸۸ ضریب كشش سطحي يك قطره‌ي كروي به شعاع r و فشار داخلي P برابر كدام گزینه است؟

۱) Pr ۲) $\frac{Pr}{۳}$ ۳) $p=\frac{Pr}{۲}$ ۴) $p=\frac{۲P}{۳r}$

پاسخ:

گزینه‌ي (۳). مطابق رابطه‌ي (۱-۱۹) خواهیم داشت:

$$\Delta P=\frac{2\sigma}{R}\quad ;\quad \sigma=\frac{R\Delta P}{2}\quad ;\quad \sigma=\frac{Pr}{2}$$

۱ - ۸۸ ، آ‌م، ۸۳ يك قطره‌ي بنزین به قطر يك ميلي‌متر در تماس با هوا با فشار ۱۰۰ $kN/m^۲$ مي باشد. اگر نیروي كشش سطحي بنزین $۲۸/۱۸\times۱۰^{-۳}$ $N/m^۲$ باشد، فشار داخلي قطره چه مقدار مي‌باشد؟

۱) ۹۹۸۸۷/۳ $N/m^۲$ ۲) ۱۰۰۱۱۲/۷ $N/m^۲$ ۳) ۱۰۰۲۲۵/۴ $N/m^۲$ ۴) ۹۹۷۷۴/۴ $N/m^۲$

پاسخ:

گزینه‌ي (۲). تغییر فشار با استفاده از رابطه‌ي (۱-۱۹) به‌صورت زیر به‌دست مي‌آید:

$$\Delta p=\frac{2\sigma}{R}=\frac{2\sigma}{d/2}=\frac{4\sigma}{d}=\frac{4\times\left(28.18\times10^{-3}\ N/m^2\right)}{(0.001\,m)}\quad ;\quad \Delta p=112.72\ N/m^2$$

$$\Delta p=p_i-p_o=\left(112.72\ N/m^2\right)\quad ;\quad p_i=\left(112.72\ N/m^2\right)+p_o=\left[\left(112.72\ N/m^2\right)+\left(100000\ N/m^2\right)\right]$$

$$\Delta p=100112.72\quad Pa$$

۱ - ۸۹ ، م‌ا، ۸۶ و م‌ا، ۸۶ هرگاه نیروي چسبندگي سیال از نیروي پیوستگي آن بیشتر باشد، سیال در داخل لوله‌ي باريك:

۱) پایین مي‌آید. ۲) بالا مي‌رود. ۳) متناسب با دانسیته‌ي سیال بالا مي‌رود. ۴) متناسب با كشش سطحي سیال پایین مي‌آید.

پاسخ:

گزینه‌ي (۲). چون نیروي چسبندگي از نیروي پیوستگي بین ملكولي سیال بیشتر است، بنابراین باعث چسبیدن ملكول‌هاي سیال به جداره و بالاآمدن آن مي‌شود.

۱ - ۹۰ لوله‌اي به قطر ۱/۹ mm درون مایعي با چگالي ۹۶۰ $kg/m^۳$ قرار گرفته است. میزان بالاآمدگي مایع درون لوله ۵ mm است. چنانچه زاویه‌ي تماس °۱۵ باشد، كشش سطحي مایع چقدر است؟

پاسخ:

كشش سطحي مایع با استفاده از رابطه‌ي (۱-۲۱) به‌صورت زیر درمي‌آید:

$$\sigma=\frac{h\gamma R}{2\cos\phi}=\frac{(0.005\,m)\left[\left(960\,kg/m^3\right)\left(9.81\,m/s^2\right)\right](0.00095\,m)}{2\cos\left(15^\circ\right)} \quad ; \quad \sigma=0.023 \quad N/m$$

۱-۹۱ مواد مغزي حل شده در آب در اثر پديده‌ي مويينگي و توسط لوله‌هاي نسبتاً نازک به قسمت‌هاي بالايي درخت منتقل مي‌شوند. چنانچه قطر لوله‌ها ۰/۰۰۵ mm و محلول، آب ۲۰°C و با زاويه‌ي تماس ۱۵° باشد، ميزان بالاآمدگي محلول آب درون درخت چقدر است؟ مقدار کشش سطحي آب در دماي ۲۰°C برابر ۰/۰۷۳ N/m و وزن مخصوص آب برابر ۹۷۸۹ N/m^3 فرض شود.

پاسخ:

ميزان بالاآمدگي محلول با استفاده از رابطه‌ي (۱-۲۱) به‌صورت زير درمي‌آيد:

$$h=\frac{2\sigma\cos\phi}{\gamma R}=\frac{2(0.073\,N/m)\cos\left(15^\circ\right)}{\left(9789\,N/m^3\right)\left(5\times10^{-6}m/2\right)} \quad ; \quad h=5.8 \quad m$$

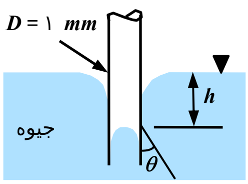
۱-۹۲ چنانچه فرض شود اندازه‌ي خلل و فرج خاک رس ۰/۱ قطر متوسط ذرات رس است، مقدار بالاآمدگي آب درون خلل و فرج در اثر پديده‌ي مويينگي چقدر است؟ قطر ذرات رس ۰/۰۵ mm و کشش سطحي آب و هوا ۰/۰۷۳ N/m است.

پاسخ:

از آنجايي‌که در شرايط استاندارد زاويه‌ي تماس آب تقريباً نزديک صفر است، ميزان بالاآمدگي آب درون خلل و فرج با استفاده از رابطه‌ي (۱-۲۱) به‌صورت زير درمي‌آيد:

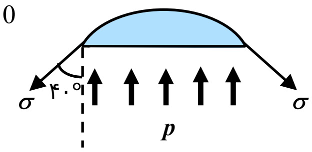
$$h=\frac{2\sigma\cos\phi}{\gamma R}=\frac{2(0.073\,N/m)\cos(0)}{\left(9810\,N/m^3\right)\left[(0.1)\left(5\times10^{-5}m\right)/2\right]} \quad ; \quad h=6.0 \quad m$$

۱-۹۳ يک لوله‌ي شيشه‌اي با قطر ۱ mm درون جيوه قرار مي‌گيرد. چنانچه زاويه‌ي سطح جيوه با شيشه $\theta=$ ۴۰° باشد، ميزان پايين‌آمدگي جيوه درون لوله چقدر است؟ تذکر: مقدار فشار در هر سطح مايع ساکن برابر وزن مخصوص مايع ضربدر ارتفاع ستون مايع است. مقدار کشش سطحي جيوه برابر ۰/۴۶ N/m فرض شود.



پاسخ:

باتوجه به دياگرام آزاد نيروها که در آن نيروي فشاري و نيروي کشش سطحي در حال تعادل هستند، تعادل نيروها در جهت قائم به‌صورت زير درمي‌آيد:



$$\sum F_v=0 \quad ; \quad \sigma(\pi D)\cos\theta+p\frac{\pi D^2}{4}=0 \quad ; \quad \sigma\pi D\cos\theta+\left(\gamma_{Hg}h\right)\frac{\pi D^2}{4}=0$$

$$-(0.46\,N/m)\pi(0.001\,m)\cos\left(40^\circ\right)+\left(133000\,N/m^3\right)h\left[\frac{\pi(0.001\,m)^2}{4}\right]=0$$

$$h=0.0106\,m=10.6 \quad mm$$

۱-۹۴ مقدار بالاآمدگي يک مايع در لوله بستگي به تميزي لوله و مايع دارد. اندازه‌گيري‌هاي به‌عمل آمده از ارتفاع بالاآمدگي آب (h) در لوله‌اي به قطر d، در جدول زير مشاهده مي‌شود. اين داده‌ها را در شکلي رسم کنيد و با برازش خطي بر آن، مقدار پارامتر $\sigma\cos\phi$ را به‌دست آوريد.

$(mm)\ d$	۷/۶	۶/۴	۵/۱	۳/۸	۲/۵	۱/۳
$(mm)\ h$	۳/۴	۴/۲	۵/۰	۶/۹	۱۰/۷	۲۰/۲

پاسخ:

ميزان بالاآمدگي آب در لوله با استفاده از رابطه‌ي (۱-۲۱) به‌صورت زير درمي‌آيد:

$$h=\frac{2\sigma\cos\phi}{\gamma R}=\frac{4\sigma\cos\phi}{\gamma d}=b\,d' \qquad \left[b=\frac{4\sigma\cos\theta}{\gamma}\ ,\ d'=\frac{1}{d}\right] \qquad (۱)$$

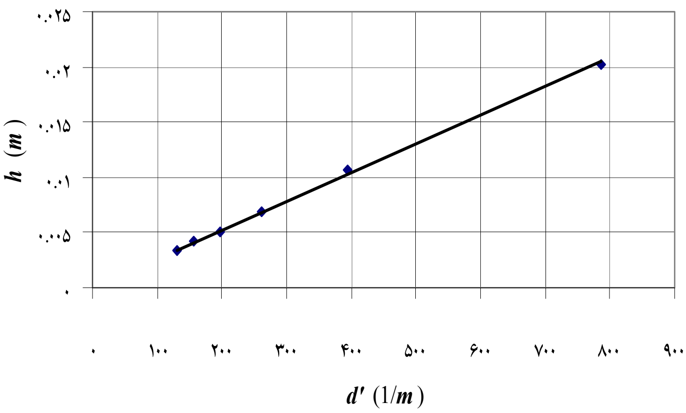
مقادير h و d' در جدول زير براي داده‌ها نشان داده شده است و تغييرات h و d' در شكل زير رسم شده است.

$(m)\ h$	۰/۰۳۴	۰/۰۴۲	۰/۰۰۵۱	۰/۰۰۶۹	۰/۰۲۵	۰/۰۱۳
$(mm)\ d'$	۱۳۱/۲	۱۵۷/۵	۱۹۶/۹	۲۶۲/۵	۳۹۳/۷	۷۸۷/۴

با استفاده از برازش خطي بر داده‌ها كه در شكل روبه‌رو رسم شده است مقادير b و $\sigma\cos\phi$ به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$h=3\times10^{-5}d' \quad ; \quad b=3\times10^{-5}=\frac{4\sigma\cos\phi}{\left(9810\ N/m^3\right)}$$

$$\sigma\cos\phi=0.074 \quad N/m$$

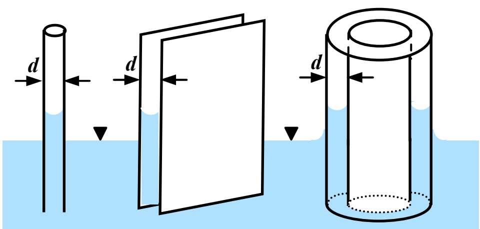


۱ - ۹۵ ، م‌ع ، ۸۸ در كدام‌يك از سه حالت، در شرايط يكسان و با فاصله‌ي يكسان دو جداره، ميزان بالاآمدگي سيال تحت اثر كشش سطحي بيشتر است؟

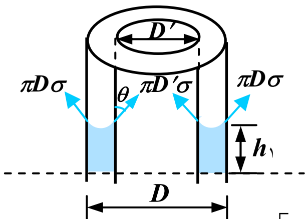
۱) لوله‌ي باريك به قطر d ۲) دو صفحه‌ي موازي با فاصله‌ي d از هم

۳) در هر سه حالت ارتفاع بالاآمدگي يكسان است.

۴) دو لوله‌ي متحدالمركز به فاصله‌ي d از هم



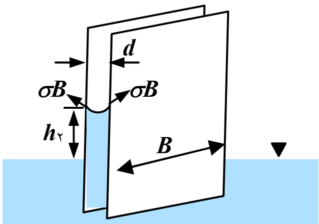
پاسخ:



گزينه‌ي (۱). نيروهاي ناشي از كشش سطحي مطابق شكل روبرو به طرف بالا اثر مي‌كنند بنابراين ميزان بالاآمدگي سيال در دو لوله‌ي متحد المركز به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$W=F_\sigma \quad ; \quad \gamma h_1\left[\pi\left(\frac{D^2-D'^2}{4}\right)\right]=\left(\sigma\cos\theta\right)\left[\pi\left(D+D'\right)\right] \quad ; \quad h_1=\frac{4\sigma\cos\theta}{\gamma\left(\frac{2d}{D-D'}\right)} \quad ; \quad h_1=\frac{2\sigma\cos\theta}{\gamma d}$$

در حالتي‌كه دو صفحه به‌صورت موازي با فاصله‌ي d از هم‌ديگر قرار گيرند، ميزان بالاآمدگي سيال به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:



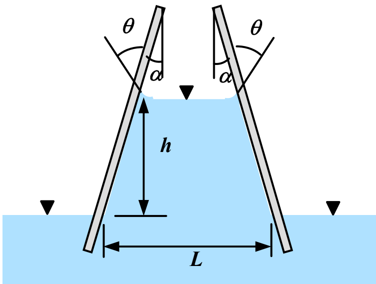
$$W=F_\sigma \quad ; \quad \gamma\left(h_2 dL\right)=\left(\sigma\cos\theta\right)\left[L\times2\right] \quad ; \quad h_2=\frac{2\sigma\cos\theta}{\gamma d}$$

در حالت بعدي كه يك لوله‌ي باريك درون سيال قرار گرفته است نيز مطابق رابطه‌ي (۱-۲۱) ميزان بالاآمدگي از رابطه‌ي زير به‌دست مي‌آيد:

$$h_3=\frac{4\sigma\cos\theta}{\gamma d}$$

بنابراين ميزان بالاآمدگي در لوله‌ي باريك از ميزان بالاآمدگي در حالت دو صفحه‌ي موازي و دو لوله‌ي متحدالمركز بيشتر است.

۹۶-۱ دو صفحه‌ي نازك به‌صورت مايل با زاويه‌ي α نسبت به قايم درون يك مايع با كشش سطحي σ و زاويه‌ي تماس θ قرار گرفته‌اند. چنانچه عرض عمود بر صفحه‌ي دو صفحه b باشد، كشش سطحي مايع را برحسب بقيه‌ي پارامترها به‌دست آوريد.

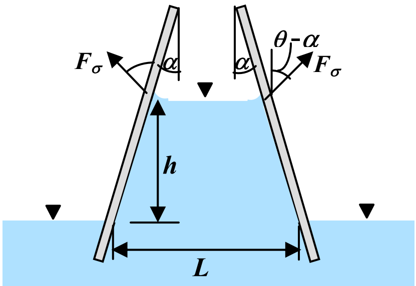


پاسخ:

گزينه‌ي (۱). نيروهاي ناشي از كشش سطحي مطابق شكل روبه‌رو به طرف بالا اثر مي‌كنند و به‌صورت زير به‌دست مي‌آيد:

$$F_\sigma = 2\sigma b \cos(\theta - \alpha)$$

به‌منظور يافتن كشش سطحي و ميزان بالاآمدگي مايع، بايستي نيروي وزن با نيروي ناشي از كشش سطحي برابر باشند:



$$W = F_\sigma \quad ; \quad \rho g\left[bh(L - h\tan\alpha)\right] = 2\sigma b\cos(\theta - \alpha) \quad ; \quad \sigma = \frac{\rho g\left[bh(L - h\tan\alpha)\right]}{2\cos(\theta - \alpha)}$$